

CHỦ ĐỀ 3. NGUYÊN HÀM - TÍCH PHÂN - ỨNG DỤNG

• Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** - <https://www.nbv.edu.vn/>

Tài liệu được xây dựng và phát triển dựa trên đề minh họa 2025 của Bộ Giáo Dục
 Thầy/cô giáo cần sử dụng file word thì liên hệ: <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489>

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

Câu 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x$ là:

- A. $\frac{e^{x+1}}{x+1} + C$. B. $e^x + C$. C. $\frac{e^x}{x} + C$. D. $xe^{x-1} + C$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên đoạn $[a; b]$. Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$. Khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox có thể tích là:

- A. $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. B. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx$.
 C. $V = \pi^2 \int_a^b [f(x)]^2 dx$. D. $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.

Câu 3. Biết $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = a + b \ln c$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}, c < 9$. Tính tổng $S = a + b + c$.

- A. $S = 6$ B. $S = 7$. C. $S = 8$. D. $S = 9$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = x^4$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

- A. $f(x) = \frac{x^5}{5} + C$. B. $f(x) = 4x^3$. C. $f(x) = x^5 + C$. D.
 $f(x) = \frac{x^3}{3} + C$.

Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ là

- A. $F(x) = e^x + x^2 + C$ B. $F(x) = e^x + 2x + C$
 C. $F(x) = e^x + 2$ D. $F(x) = e^x - x^2 + C$

Câu 6. Giả sử $\int_0^9 f(x) dx = 37$ và $\int_0^9 g(x) dx = -16$. Khi đó, $I = \int_0^9 [2f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

- A. $I = 26$. B. $I = 58$. C. $I = 143$. D. $I = 122$.

Câu 7. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2^x$, $y = 1$, $x = 0$, $x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây là **sai**?

- A. $S = \int_0^2 (1 - 2^x) dx$. B. $S = \int_0^2 |1 - 2^x| dx$. C. $S = \int_0^2 |2^x - 1| dx$. D. $S = \int_0^2 (2^x - 1) dx$.

Câu 8. $\int x^5 dx$ bằng

- A. $5x^4 + C$. B. $\frac{1}{6}x^6 + C$. C. $x^6 + C$. D. $6x^6 + C$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = x^{2025} + 2024$. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A. $\int f(x) dx = 2026x^{2026} + 2024x + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{x^{2026}}{2026} + 2024x + C$.
 C. $\int f(x) dx = 2025x^{2024} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{x^{2026}}{2026} + 2024 + C$.

Câu 10. Biết $\int_1^2 f(x) dx = 2$ và $\int_1^2 g(x) dx = 6$, khi đó $\int_1^2 [f(x) - g(x)] dx$ bằng

- A. 8. B. -4. C. 4. D. -8.

Câu 11. Biết $\int_0^1 f(x) dx = 3$ và $\int_0^1 g(x) dx = -2$. Khi đó $\int_0^1 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

- A. 1. B. 5. C. -1. D. -6.

Câu 12. Biết rằng hàm số $f(x) = mx + n$ thỏa mãn $\int_0^1 f(x) dx = 3$, $\int_0^2 f(x) dx = 8$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $m + n = 4$. B. $m + n = -4$. C. $m + n = 2$. D. $m + n = -2$.

Câu 13. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3^x + \frac{1}{x}$.

- A. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}$. B. $\frac{x^3}{3} - 3^x + \frac{1}{x^2} + C, C \in \mathbb{R}$.
C. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} + \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}$. D. $\frac{x^3}{3} - \frac{3^x}{\ln 3} - \ln|x| + C, C \in \mathbb{R}$.

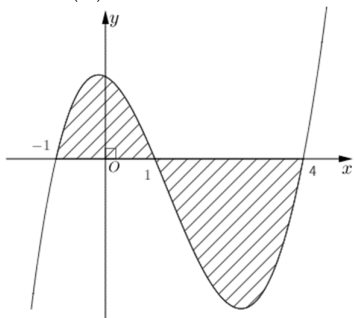
Câu 14. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + x$ là:

- A. $e^x + x^2 + C$ B. $e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$ C. $\frac{1}{x+1}e^x + \frac{1}{2}x^2 + C$ D. $e^x + 1 + C$

Câu 15. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = -2$ và $\int_2^3 f(x) dx = 1$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

- A. -3. B. -1. C. 1. D. 3.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = -1$ và $x = 4$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



- A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx$. B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$.
C. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^4 f(x) dx$. D. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^4 f(x) dx$.

Câu 17. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x - 8x$ là

- A. $-\cos x - 4x^2 + C$. B. $\cos x - 4x^2 + C$. C. $\sin x - 8x^2 + C$. D. $\cos x - 8$.

Câu 18. $\int x^4 dx$ bằng

- A. $\frac{1}{5}x^5 + C$. B. $4x^3 + C$. C. $x^5 + C$. D. $5x^5 + C$.

Câu 19. Cho $I = \int_0^1 (4x - 2m^2) dx$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $I + 6 > 0$?

- A. 1. B. 5. C. 2. D. 3.

Câu 20. Cho $\int_0^2 f(x)dx = 3$, $\int_0^2 g(x)dx = -1$ thì $\int_0^2 [f(x) - 5g(x) + x]dx$ bằng:

A. 12. B. 0. C. 8. D. 10

Câu 21. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là

A. $4x^4 + C$. B. $3x^2 + C$. C. $x^4 + C$. D. $\frac{1}{4}x^4 + C$.

Câu 22. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 3$ là

A. $x^2 + 3x + C$. B. $2x^2 + 3x + C$. C. $x^2 + C$. D. $2x^2 + C$.

Câu 23. Giả sử $\int_0^9 f(x)dx = 37$ và $\int_0^9 g(x)dx = 16$. Khi đó $I = \int_0^9 [2f(x) + 3g(x)]dx$ bằng

A. $I = 122$. B. $I = 26$. C. $I = 143$. D. $I = 58$.

Câu 24. Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng K nếu

A. $F'(x) = -f(x), \forall x \in K$. B. $f'(x) = F(x), \forall x \in K$.
C. $F'(x) = f(x), \forall x \in K$. D. $f'(x) = -F(x), \forall x \in K$.

Câu 25. Nếu $\int_0^1 f(x)dx = 4$ thì $\int_0^1 2f(x)dx$ bằng

A. 16. B. 4. C. 2. D. 8.

Câu 26. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx$ bằng

A. $\cot x + C$. B. $\tan x + C$. C. $-\tan x + C$. D. $-\cot x + C$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = 3x^2 + 2x$. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$?

A. $F_1(x) = x^3 + x^2 - 4$. B. $F_2(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2}$. C. $F_3(x) = x^3 - x^2 + 1$. D. $F_4(x) = 3x^3 + x^2$

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = 4 + 2\cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = -2\sin x + C$. B. $\int f(x)dx = 4x + 2\sin x + C$.
C. $\int f(x)dx = 4x - 2\sin x + C$. D. $\int f(x)dx = 4x + 2\cos x + C$.

Câu 29. Tính diện tích S hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 1, x = -1, x = 2$ và trục hoành.

A. $S = 6$. B. $S = 16$. C. $S = \frac{13}{6}$. D. $S = 13$.

Câu 30. Hàm số $F(x) = 2x + \sin 2x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $x^2 + \frac{1}{2}\cos 2x$. B. $2 + 2\cos 2x$. C. $x^2 - \frac{1}{2}\cos 2x$. D. $2 - 2\cos 2x$.

Câu 31. Cho hàm số $y = f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = x^3$. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $f(x) = \frac{x^4}{4} + C$. B. $f(x) = 3x^2$. C. $f(x) = 4x^3$. D. $f(x) = \frac{x^4}{4}$.

Câu 32. Trên khoảng $(-\infty; +\infty)$, hàm số $F(x) = \frac{1}{2}\sin 2x$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f_3(x) = -\frac{1}{2}\cos 2x$. B. $f_4(x) = -\frac{1}{4}\cos 2x$.
C. $f_2(x) = \cos 2x$. D. $f_1(x) = -\cos 2x$.

- Câu 33.** Nếu $\int_{-2}^1 f(x)dx = -1$ và $\int_1^7 f(x)dx = -5$ thì $\int_{-2}^7 f(x)dx$ bằng
 A. -4 . B. 5 . C. -6 . D. 4 .
- Câu 34.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là?
 A. $-\cos x + C$. B. $\cos x + C$. C. $\sin x + C$. D. $-\sin x + C$.
- Câu 35.** Cho hàm số $y' = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có một nguyên hàm là $F(x)$. Biết rằng $F(1) = 9, F(2) = 5$. Giá trị của biểu thức $\int_1^2 f(x)dx$ bằng:
 A. -4 . B. 14 . C. 4 . D. 45 .
- Câu 36.** Tìm $\int (2x+1)dx$.
 A. $2x+1+C$. B. x^2+x . C. x^2+x+C . D. $2+C$.
- Câu 37.** Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx = 5$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 2\sin x]dx = 5$.
 A. $I = 5 + \frac{\pi}{2}$. B. $I = 3$. C. $I = 5 + \pi$. D. $I = 7$.
- Câu 38.** Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $y = \cot^2 x$?
 A. $y = \frac{\cot^3 x}{3}$. B. $y = \cot x - x$. C. $y = \cot x$. D. $y = -\cot x - x$.
- Câu 39.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $\int_3^5 f(x)dx = 2$. Biểu thức $\int_5^3 f(x)dx$ bằng
 A. 2 . B. $\frac{1}{2}$. C. -2 . D. $-\frac{1}{2}$.
- Câu 40.** Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4^x$ là:
 A. $\frac{4^{x+1}}{x+1} + C$. B. $\frac{4^x}{2\ln 2} + C$. C. $\frac{4^x}{x} + C$. D. $x \cdot 4^{x-1} + C$.
- Câu 41.** Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + 4$, trục tung, trục hoành và đường thẳng $x = 3$. Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục Ox .
 A. 33 . B. $\frac{33}{5}$. C. $\frac{33\pi}{5}$. D. 33π .
- Câu 42.** Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 2x$ là:
 A. $\frac{1}{2}\cos x + C$. B. $-\frac{1}{2}\cos 2x + C$. C. $\frac{1}{2}\cos 2x + C$. D. $-\frac{1}{2}\cos x + C$.
- Câu 43.** Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \cos 4x, y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{8}$. Thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox bằng:
 A. $\frac{\pi^2}{2}$. B. $\frac{\pi^2}{16}$. C. $\frac{\pi}{4}$. D. $\frac{\pi}{3}$.
- Câu 44.** Nguyên hàm của hàm số $f(x) = (3x+1)^2$ là:
 A. $\frac{(3x+1)^3}{3} + C$. B. $\frac{1}{9} \cdot (3x+1)^3$. C. $(3x+1)^3 + C$. D. $9 \cdot (3x+1)^3 + C$.
- Câu 45.** Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đường cong (C): $y = \sin x$, trục Ox và các đường thẳng $x = 0, x = \pi$. Thể tích của khối tròn xoay khi cho hình (H) quay quanh trục Ox là:

- A. $\frac{\pi}{2}$. B. $\frac{\pi^2}{2}$. C. π . D. π^2 .
- Câu 46.** Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ là:
- A. $\frac{4^{x+1}}{x+1} + C$. B. $\frac{1}{2}e^{2x} + C$. C. $\frac{4^x}{x} + C$. D. $x \cdot 4^{x-1} + C$.

- Câu 47.** Diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường cong $y = -x^3 + 12x$ và $y = -x^2$ là:
- A. $S = \frac{937}{12}$. B. $S = \frac{343}{12}$. C. $S = \frac{793}{4}$. D. $S = \frac{397}{4}$.

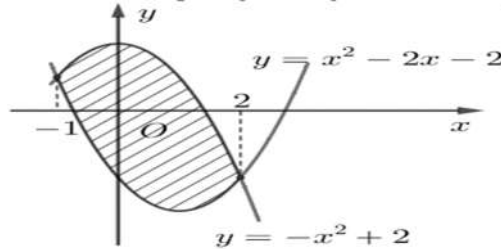
- Câu 48.** Tích phân $\int_0^1 e^{3x+1} dx$ bằng
- A. $\frac{1}{3}(e^4 + e)$. B. $e^3 - e$. C. $\frac{1}{3}(e^4 - e)$. D. $e^4 - e$.

- Câu 49.** Nguyên hàm của hàm số $y = 2^x$ là
- A. $\int 2^x dx = \ln 2 \cdot 2^x + C$. B. $\int 2^x dx = 2^x + C$. C. $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$. D. $\int 2^x dx = \frac{2^x}{x+1} + C$.

- Câu 50.** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức
- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$. C. $S = -\int_a^b f(x) dx$. D. $S = \int_b^a |f(x)| dx$.

- Câu 51.** Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là
- A. $\cos x + C$. B. $\sin x + C$. C. $-\cos x + C$. D. $-\sin x + C$.

- Câu 52.** Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình bên bằng



- A. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx$. B. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx$.
C. $\int_{-1}^2 (-2x^2 - 2x + 4) dx$. D. $\int_{-1}^2 (2x^2 + 2x - 4) dx$.
- Câu 53.** Cho hàm số $f(x) = e^x + 2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?
- A. $\int f(x) dx = e^{x-2} + C$. B. $\int f(x) dx = e^x + 2x + C$.
C. $\int f(x) dx = e^x + C$. D. $\int f(x) dx = e^x - 2x + C$.
- Câu 54.** Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ là
- A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $S = \int_a^b f(x) dx$.
C. $S = \int_b^a |f(x)| dx$. D. $S = \int_a^b -f(x) dx$.

- Câu 55.** Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 1$ là
- A. $x^3 + C$ B. $\frac{x^3}{3} + x + C$ C. $6x + C$ D. $x^3 + x + C$

Câu 56. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ bằng

A. $\left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|$. B. $\int_a^b |f(x) + g(x)| dx$. C. $\int_a^b |f(x) - g(x)| dx$. D. $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$.

Câu 57. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^3$ là

A. $4x^4 + C$. B. $3x^2 + C$. C. $x^4 + C$. D. $\frac{1}{4}x^4 + C$.

Câu 58. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\pi \int_0^1 e^{2x} dx$. B. $\pi \int_0^1 e^x dx$. C. $\int_0^1 e^x dx$. D. $\int_0^1 e^{2x} dx$.

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1. Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 240 m, tốc độ của ô tô là 28,8 km/h. Bốn giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t) = at + b$ (m/s) với $(a, b \in \mathbb{R}, a > 0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 16 giây và duy trì sự tăng tốc trong 30 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 208 m.

b) Giá trị của b là 8.

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây $(0 \leq t \leq 30)$ kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t) = \int_0^t v(t) dt$.

d) Sau 30 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.

Câu 2. Một người điều khiển ô tô đang ở trên đường cao tốc muốn tách làn ra khỏi đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm tách làn 320 m, tốc độ của ô tô là 90 km/h. Bốn giây sau đó, ô tô bắt đầu giảm tốc với tốc độ $v(t) = at + b$ (m/s) với $(a, b \in \mathbb{R}, a < 0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc. Biết rằng ô tô tách khỏi làn đường cao tốc sau 10 giây và duy trì sự giảm tốc trong 20 giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu giảm tốc đến khi tách khỏi làn đường cao tốc là 220 m.

b) Giá trị của b là 20.

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây $(0 \leq t \leq 20)$ kể từ khi giảm tốc được tính theo công thức $S(t) = \int_0^t v(t) dt$.

d) Sau 20 giây kể từ khi giảm tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 50 km/h.

Câu 3. Hai chất điểm chuyển động ngược chiều nhau thì xảy ra va chạm, hai chất điểm tiếp tục di chuyển theo chiều ban đầu thêm một quãng đường nữa thì dừng hẳn. Biết rằng sau khi va chạm, một chất điểm di chuyển tiếp với vận tốc $v_1(t) = 6 - 3t$ (m/s), chất điểm còn lại di chuyển với vận tốc $v_2(t) = 12 - 4t$ (m/s).

a) Quãng đường chất điểm thứ nhất di chuyển sau khi va chạm được biểu diễn bởi hàm số $s_1(t) = 6t - \frac{3t^2}{2} + C$ (m).

b) Quãng đường chất điểm thứ hai di chuyển sau khi va chạm được biểu diễn bởi hàm số $s_2(t) = 12t - 2t^2 + C$ (m).

c) Quãng đường chất điểm thứ nhất di chuyển sau khi va chạm là 18(m).

- d)** Khoảng cách hai chất điểm khi đã dừng hẳn 12 (m).
- Câu 4.** Một người điều khiển ô tô đang ở trên đường cao tốc muốn tách làn ra khỏi đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm tách làn 300 m, tốc độ của ô tô là 72 km/h. Năm giây sau đó, ô tô bắt đầu giảm tốc với tốc độ $v(t) = at + b$ (m/s) với $(a, b \in \mathbb{R}, a < 0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc. Biết rằng ô tô tách khỏi làn đường cao tốc sau 12 giây và duy trì sự giảm tốc trong 18 giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc.
- a)** Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu giảm tốc đến khi tách khỏi làn đường cao tốc là 200 m.
- b)** Giá trị của b là 20.
- c)** Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong khoảng thời gian 16 giây kể từ khi giảm tốc nằm trong khoảng từ 250m đến 252m.
- d)** Sau 18 giây kể từ khi giảm tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá 35 km/h.
- Câu 5.** Một vật đang chuyển động với vận tốc $v = 20$ (m/s) thì thay đổi vận tốc với gia tốc được tính theo thời gian t là $a(t) = -4 + 2t$ (m/s²).
- a)** Vận tốc của vật khi thay đổi là $v(t) = t^2 - 4t$ (m/s).
- b)** Tại thời điểm $t = 0$ (khi vật bắt đầu thay đổi vận tốc) có $v_0 = 20$. Suy ra $v(t) = t^2 - 4t + 20$.
- c)** Quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc là 9 (m)
- d)** Quãng đường vật đi được kể từ thời điểm thay đổi gia tốc đến lúc vật đạt vận tốc bé nhất là $\frac{104}{3}$ (m).
- Câu 6.** Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 180m, tốc độ của ô tô là 27 km/h. Bốn giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t) = at + b$ (m/s) với $(a, b \in \mathbb{R}, a > 0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn sau 10 giây và duy trì sự tăng tốc trong 20 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.
- a)** Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 150 m.
- b)** Giá trị của b là 9.
- c)** Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây $(0 \leq t \leq 20)$ kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t) = \int_0^t (ax + b) dx$.
- d)** Sau 20 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 120 km/h.
- Câu 7.** Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 250 m, tốc độ của ô tô là 36 km/h. Năm giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t) = at + b$ (m/s) $(a, b \in \mathbb{R}, a > 0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây và duy trì sự tăng tốc trong 20 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.
- a)** Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 200 m.
- b)** Giá trị của b là 10.
- c)** Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây $(0 \leq t \leq 20)$ kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t) = \int_0^{20} v(t) dt$.
- d)** Sau 20 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.
- Câu 8.** Giả sử lợi nhuận biên (tính bằng triệu đồng) của một sản phẩm được mô hình hóa bằng công thức $P'(x) = -0,0008x + 10,4$. Ở đây $P(x)$ là lợi nhuận (tính bằng triệu đồng) khi bán được x đơn vị sản phẩm.

- a) Lợi nhuận khi bán được x đơn vị sản phẩm được tính bằng công thức $P(x) = -0,0008x^2 + 10,4x$
- b) Lợi nhuận khi bán được 50 sản phẩm đầu tiên là 519 triệu đồng.
- c) Sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên 55 đơn vị sản phẩm là 49,79 triệu đồng.
- d) Biết sự thay đổi của lợi nhuận khi doanh số tăng từ 50 lên a đơn vị sản phẩm lớn hơn 517 triệu đồng, khi đó giá trị nhỏ nhất của a là 100.

Câu 9. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho hàm số $y = f(x) = x^2 - x - 6$ có đồ thị (C) .

a) Thể tích của vật thể tròn xoay được sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành Ox quay quanh Ox là $V = \pi \int_{-2}^3 (x^2 - x - 6)^2 dx$.

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành Ox là $V = \int_{-2}^3 (x^2 - x - 6) dx$.

c) Giả sử một vật M chuyển động dọc theo một đường thẳng sao cho vận tốc của nó tại thời điểm x (giây) là $f(x) = x^2 - x - 6$ (m/s). Khi đó độ dịch chuyển của vật M trong khoảng thời gian $x \in [1; 4]$ là $\frac{9}{2}$.

d) Tổng quãng đường của vật M ở trên đi được trong khoảng thời gian $x \in [1; 4]$ là $\frac{61}{6}$ (m).

Câu 10. Một ô tô đang chạy đều với vận tốc x (m/s) thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc thay đổi theo hàm số $v = -5t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh.

a. Khi xe dừng hẳn thì vận tốc bằng 0 (m/s).

b) Thời gian từ lúc người lái xe đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là 5 s.

c. $\int (-5t + 20) dt = \frac{-5t^2}{2} + 20t + C$.

d) Quãng đường từ lúc đạp phanh cho đến khi xe dừng hẳn là 400 m.

Câu 11. Một ô tô chuyển động nhanh dần đều với vận tốc được tính theo thời gian t bằng $v(t) = 10t$ (m/s). Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Quãng đường ô tô đi được trong khoảng thời gian 5 giây đầu tiên là 50 m.

b) Gia tốc chuyển động của ô tô là $a = 10$ (m/s²).

c) Quãng đường ô tô đi được trong khoảng thời gian từ 5 giây đến 10 giây là 375 m.

d) Giả sử ô tô đó đi được 10 giây thì gặp chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -40$ (m/s²). Khi đó, quãng đường ô tô đi được từ lúc bắt đầu chuyển động đến lúc dừng hẳn là 625 m.

Câu 12. Cho parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x$. Mệnh đề nào sau đây đúng, mệnh đề nào sau đây sai?

a) Đường thẳng d cắt parabol (P) tại hai điểm có hoành độ $x = 0$ và $x = 2$.

b) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng d và parabol (P) là $\frac{4}{3}$.

- c) Công thức tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng d quay xung quanh trục Ox là: $V = \pi \int_0^2 (x^4 - 2x^2) dx$
- d) Thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol (P) và đường thẳng d quay xung quanh trục Ox là $\frac{16\pi}{15}$
- Câu 13.** Cho hàm số $y = f(x)$ có $f'(x) = 2\cos^2 \frac{x}{2} + 3, \forall x \in \mathbb{R}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?
- a) Hàm số $y = f(x)$ có dạng $f(x) = \sin x + 4x + C$ với C là hằng số.
- b) Nếu $f(0) = 4$ thì $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2\pi + 5$.
- c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = F\left(\frac{\pi}{2}\right) - F(0)$ với $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$.
- d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = f'(x); y = 6$ và hai đường thẳng $x = 0, x = \frac{\pi}{2}$ có dạng $S = a + b\pi$ thì $a + 2b = -1$.
- Câu 14.** Một vườn ươm cây cảnh bán một cây sau 6 năm trồng và uốn tạo dáng. Tốc độ tăng trưởng của cây đó trong suốt 6 năm được tính xấp xỉ bởi công thức $h'(t) = 1,5t + 5$, trong đó $h(t)(cm)$ là chiều cao của cây sau t (năm). Cây con khi được trồng cao 12 cm. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau.
- a) $h(t)$ là một nguyên hàm của hàm số $h'(t) = 1,5t + 5$.
- b) $h(t) = \frac{3}{4}t^2 + 5t + C$ với C là một hằng số.
- c) Chiều cao của cây đó không đổi trong 6 năm được trồng.
- d) Chiều cao của cây đó khi được bán là 70 cm.
- Câu 15.** Cho hàm số $f(x) = x^2$.
- a) Hàm số $F(x) = \frac{x^3}{3}$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$.
- b) $\int_0^2 (f(x) + 1) dx = \frac{14}{3}$.
- c) $\int_{2024}^a (f^2(x)) dx = 0, a \geq 2024$. Khi đó $2a - 1 = 4047$
- d) Diện tích của hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành, trục tung và đường thẳng $x = 2$ bằng 3.
- Câu 16.** Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m . Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20 \text{ (m/s)}$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.
- a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.
- b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Câu 17. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2 - 4}$.

a) Ta có $\int f(x) dx = \int \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x-2} - \frac{1}{x+2} \right) dx$.

b) Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$. Giả sử $F(3) = -\frac{1}{4} \ln 5$, khi đó

$$\int f(x) dx = \frac{1}{4} \ln \left| \frac{x-2}{x+2} \right| + 1.$$

c) $\int_3^4 f(x) dx = \frac{1}{4} \ln \frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a, b \in \mathbb{N}$. Ta có: $a.b = 15$.

d) $\int_3^4 \left[f(x) + \frac{f'(x)}{f^2(x)} \right] dx = \frac{1}{4} \ln \frac{5}{3} + 7$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x) = 2x + \sin x$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$.

a) $F'(x) = 2x + \sin x$.

b) $\int f(x) dx = x^2 + \cos x + C$

c) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \frac{\pi^2}{4} - 1$

d) Diện tích của hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, đường thẳng $x = 0$, đường thẳng $x = \frac{\pi}{4}$ và trục Ox bằng $\frac{\pi^2}{16} - \frac{\sqrt{2}}{2} + 1$.

Câu 19. Cho hình (H) giới hạn bởi các đường $y = \frac{2}{x}$; $y = 0$; $x = 1$; $x = 4$

a) Diện tích hình (H) được xác định bởi công thức $S = \int_1^4 \frac{2}{x} dx$

b) Diện tích hình (H) bằng $4\sqrt{2}$

c) Thể tích của khối tròn xoay khi quay hình (H) xung quanh trục hoành bằng 2π

d) Gọi $x = k$ là đường thẳng chia hình (H) thành 2 phần có diện tích bằng nhau, khi đó $k = 1$.

Câu 20. Cho hai hàm số $f(x) = x^3$ và $g(x) = \sqrt[3]{x}$.

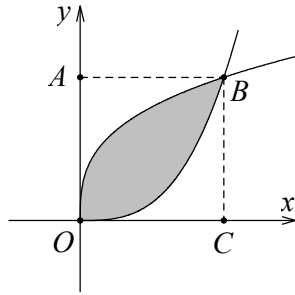
a) $\int [f(x) - g(x)] dx = \frac{x^4}{4} - \frac{3}{4} x \sqrt[3]{x} + C$.

b) Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(1) = 1$ thì $F(x) = \frac{1}{4} x^4 + \frac{3}{4} x$.

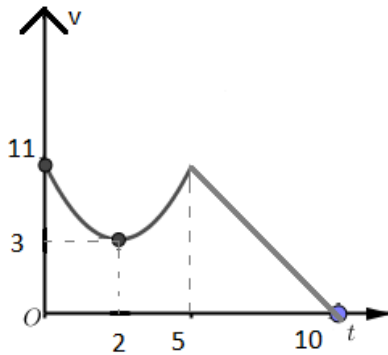
c) $\int_0^1 f(x) dx = \frac{3}{4}$.

d) Một viên gạch men có dạng hình vuông $OABC$ cạnh là 1. Khi chọn hệ trục Oxy như hình vẽ thì hai đường cong bao quanh phần tô đậm trên viên gạch tương ứng là đồ thị của các hàm

số $y = x^3$ và $y = \sqrt[3]{x}$. Diện tích phần không được tô đậm trên viên gạch men có giá trị bằng $\frac{1}{2}$ (đvdt).



Câu 21. Chất điểm chuyển động theo quy luật vận tốc $v(t)(m/s)$ có dạng đường Parabol (P) khi $0 \leq t \leq 5(s)$ và $v(t)$ có dạng đường thẳng khi $5 \leq t \leq 10(s)$ (Hình vẽ). Cho đỉnh Parabol là $I(2,3)$. Hỏi quãng đường đi được chất điểm trong thời gian $0 \leq t \leq 10(s)$ là bao nhiêu mét?



- a) Phương trình Parabol (P) có dạng: $y = 2x^2 - 8x + 11$
- b) Quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian từ $0 \leq t \leq 5(s)$ là $\frac{112}{3} (m)$
- c) Quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian từ $5 \leq t \leq 10(s)$ là $\frac{105}{2} (m)$
- d) Quãng đường đi được chất điểm trong thời gian $0 \leq t \leq 10(s)$ là $\frac{545}{6} (m)$
- Câu 22.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 2x + m & \text{khi } x \geq 1 \\ 1 - 4x & \text{khi } x < 1 \end{cases}$ (m là tham số thực) liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng $f(x)$ có nguyên hàm trên $\mathbb{R}$ là $F(x)$ thỏa mãn $F(-2) = -6$.
- a) $m = -4$.
- b) $F(x) = \begin{cases} x^3 - x^2 - 4x + 7 & \text{khi } x \geq 1 \\ x - 2x^2 + 4 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$.
- c) $\int_{-1}^5 f(x) dx = 108$.
- d) $\int_1^{e^2} f(\ln x) \frac{1}{x} dx = 3$.
- Câu 23.** Cho $I = \int 2x(3x-2)^6 dx = A(3x-2)^8 + B(3x-2)^7 + C$ với $A, B, C \in \mathbb{Q}$.
- a) đặt $t = 3x - 2$ thì $dt = 3 \cdot dx$

b) khi đó $I = \int 2(t+2)t^6 dt$

c) $I = \frac{1}{4}(3x-2)^8 + \frac{4}{7}(3x-2)^7 + C$

d) Giá trị của biểu thức $12A+7B$ là $\frac{7}{9}$

Câu 24. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 3x + 2$. Khi đó

a) $\int_0^1 f(x) dx = \frac{5}{6}$.

b) $\int \frac{f(x)}{x} dx = \frac{x^2}{2} - 3x - 2\ln x + C \quad (\forall x \in (0; +\infty))$.

c) Thể tích khối tròn xoay sinh ra bởi hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành là $V = \frac{\pi}{30}$.

d) Gọi d là đường thẳng đi qua hai điểm $A(0;2); B(1;1)$. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$; đường thẳng d và các đường thẳng $x=1; x=4$ là $S = \frac{20}{3}$

Câu 25. Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t) = 7t$ (m/s). Đi được 5 (s), người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -70$ (m/s²). Tính quãng đường S (m) đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn.

a) Quãng đường ô tô đi được từ lúc xe lăn bánh đến khi được phanh là 87,5 m

b) Vận tốc $v_2(t)$ (m/s) của ô tô từ lúc được phanh đến khi dừng hẳn thỏa mãn $v_2(t) = -70t + 385$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 5 giây.

d) Quãng đường đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn 96,25 m.

Câu 26. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

a. $\int \cos x dx = \sin x + C$

b. $I = \int_1^e \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx = \frac{1}{e}$.

c. Biết $\int_3^5 \frac{x^2 + x + 1}{x} dx = a + \ln \frac{b}{3}$ với a, b là các số nguyên. Khi đó, $S = a - 2b = 0$.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y = x^2 + 1$, và $y = 1$ và đường thẳng $x = 1$ bằng $\frac{4}{3}$.

Câu 27. Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 m . Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

- a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.
- b) $s(t) = -5t^2 + 20t$.
- c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.
- d) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = x + 1$.

a) $\int f(x) dx = x^2 + x + C$.

b) $\int_0^1 [(x-1) \cdot f(x)] dx = -\frac{2}{3}$

c) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Biết $F(1) = 2$ Thì $F(x) = x^2 + x - 1$.

d) Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Biết $F(1) = 2$ và

$$\frac{1}{F(1)} + \frac{1}{F(2)} + \dots + \frac{1}{F(99)} + \frac{1}{F(100)} = \frac{a}{b} \text{ thì } a + b = 201.$$

Câu 29. Một chất điểm A xuất phát từ O , chuyển động thẳng với vận tốc biến thiên theo thời gian bởi quy luật $v(t) = \frac{1}{100}t^2 + \frac{13}{30}t$ (m/s), trong đó t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc A bắt đầu chuyển động. Từ trạng thái nghỉ, một chất điểm B cũng xuất phát từ O , chuyển động thẳng cùng hướng với A nhưng chậm hơn 10 giây so với A và có gia tốc bằng a (m/s^2) (a là hằng số). Sau khi B xuất phát được 15 giây thì đuổi kịp A .

a) Quãng đường chất điểm A đi được cho đến khi hai chất điểm gặp nhau là $\frac{375}{2}(m)$.

b) Vận tốc của chất điểm B tại thời điểm $t(s)$ tính từ lúc B xuất phát là $v_B(t) = at$.

c) Quãng đường chất điểm B đi được cho đến khi 2 chất điểm gặp nhau là $\frac{215}{2}a(m)$.

d) Vận tốc của B tại thời điểm đuổi kịp A là $25(m/s)$.

Câu 30. Một máy bay di chuyển ra đến đường băng và bắt đầu chạy đà để cất cánh. Giả sử vận tốc của máy bay khi chạy đà được cho bởi $v(t) = 5 + 3t$ (m/s), với t là thời gian kể từ khi máy bay bắt đầu chạy đà. Sau 32 giây thì máy bay cất cánh trên đường băng. Gọi $s(t)$ là quãng đường máy bay di chuyển được sau t giây kể từ lúc bắt đầu chạy đà.



a. [1] $v(t) = s'(t)$.

b) [2] $s(t) = \frac{3}{2}t^2 + 5t + 5$.

c) [3] Quãng đường máy bay di chuyển được sau 4 giây kể từ khi bắt đầu chạy đà là 49 mét.

d. [3] Quãng đường máy bay đã di chuyển từ khi bắt đầu chạy đà đến khi rời đường băng là 1696 mét.

Câu 31. Một máy bay di chuyển ra đến đường băng và bắt đầu chạy đà để cất cánh. Giả sử vận tốc của máy bay khi chạy đà được cho bởi $v(t) = 5 + 4t$ (m/s), với t là thời gian kể từ khi máy bay bắt đầu chạy đà. Sau 30 giây thì máy bay cất cánh trên đường băng. Gọi $s(t)$ là quãng đường máy bay di chuyển được sau t giây kể từ lúc bắt đầu chạy đà.



a. [1] $s(t)$ là một nguyên hàm của $v(t)$.

b) [2] $s(t) = 2t^2 + 5t + 2$.

c. [3] Quãng đường máy bay di chuyển được sau 4 giây kể từ khi bắt đầu chạy đà là 52 mét.

d) [3] Quãng đường máy bay đã di chuyển từ khi bắt đầu chạy đà đến khi rời đường băng là 1590 mét.

Câu 32. Một ô tô bắt đầu chuyển động thẳng nhanh dần đều với tốc độ $v(t) = 5t$ (m/s);

trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi ô tô bắt đầu chuyển động. Đi được 6(s) người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -5$ (m/s²).

a) Tốc độ của ô tô tại thời điểm 10(s) tính từ lúc xuất phát là 10 (m/s).

b) Quãng đường ô tô chuyển động được trong 6(s) đầu tiên là 80 m.

c) Quãng đường S (đơn vị: mét) mà ô tô chuyển động được kể từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi dừng lại được tính theo công thức $S = \int_0^6 (30 - 5t) dt$.

d) Quãng đường ô tô chuyển động được kể từ lúc bắt đầu chuyển động cho đến khi dừng lại là 170m.

Câu 33. Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 200 m, tốc độ của ô tô là 36 km/h. Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t) = at + b$

($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây và duy trì sự tăng tốc trong 24 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 180 m.

b) Giá trị của b là 10.

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây ($0 \leq t \leq 24$) kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t) = \int_0^{24} v(t) dt$.

d) Sau 24 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.

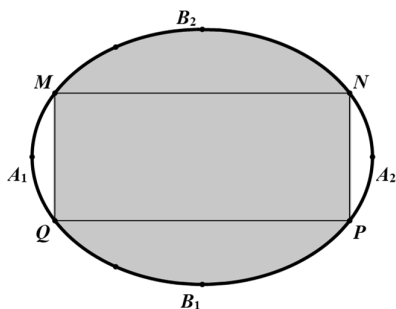
Câu 34. Một ô tô bắt đầu chuyển động thẳng nhanh dần đều với tốc độ $v(t) = 5t$ (m/s);

trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi ô tô bắt đầu chuyển động. Đi được 6 (s) người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -5$ (m/s²).

- a) Tốc độ của ô tô tại thời điểm 10 (s) tính từ lúc xuất phát là 10 (m/s).
- b) Quãng đường ô tô chuyển động được trong 6 giây đầu tiên là 80 m.
- c) Quãng đường S (đơn vị: mét) mà ô tô chuyển động được kể từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi dừng lại được tính theo công thức $S = \int_0^6 (30 - 5t) dt$.
- d) Quãng đường ô tô chuyển động được kể từ lúc bắt đầu chuyển động cho đến khi dừng lại là 170m.
- Câu 35.** Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu 5m. Một ô tô A đang chạy với vận tốc 16 m/s thì gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi công thức $v_A(t) = 16 - 4t$ (đơn vị tính bằng m/s, thời gian t tính bằng giây).
- a) Thời điểm xe ô tô A dừng lại là 4s.
- b) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô A đi được trong thời gian t giây ($0 \leq t \leq 4$) kể từ khi hãm phanh được tính theo công thức $S(t) = \int_0^t v(t) dt$.
- c) Từ khi bắt đầu hãm phanh đến khi dừng lại xe ô tô A đi được quãng đường 32m.
- d) Khoảng cách an toàn tối thiểu giữa xe ô tô A và ô tô B là 37m.
- Câu 36.** Một vật được ném lên từ độ cao 300 m với vận tốc được cho bởi công thức $v(t) = -9,81t + 29,43$ (m/s) (Nguồn: R.Larson anh B. Edwards, Calculus 10e, Cengage). Gọi $h(t)$ (m) là độ cao của vật so với mặt đất tại thời điểm t (s) tính từ lúc bắt đầu ném vật.
- a) Vận tốc của vật triệt tiêu tại thời điểm $t=3$ s.
- b) Hàm số $h(t) = -\frac{9,81}{2}t^2 + 29,43t$.
- c) Vật đạt độ cao lớn nhất là 344 m (làm tròn đến hàng đơn vị).
- d) Sau 11 s tính từ lúc ném thì vật đó chạm đất (làm tròn đến hàng đơn vị).
- Câu 37.** Một ô tô đang chạy với tốc độ 108 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường. Người lái xe phản ứng một giây sau đó bằng cách đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t) = -10t + 30$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được tính bằng đơn vị m trong t (s) kể từ lúc đạp phanh.
- A. Công thức biểu diễn hàm số $s(t) = -5t^2 + 30t$ (m).
- B. Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 6 giây.
- C. Sau 3 giây kể từ lúc đạp phanh, quãng đường xe ô tô di chuyển được là 45 (m).
- D. Quãng đường xe ô tô đã di chuyển kể từ lúc người lái xe phát hiện chướng ngại vật trên đường đến khi xe ô tô dừng hẳn là 120 (m)

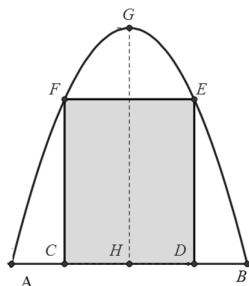
PHẦN 3. TRẢ LỜI NGẮN

- Câu 1.** Một biển quảng cáo có dạng hình elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên dưới. Biết chi phí để sơn phần tô đậm là 200 000 (đồng) và phần còn lại 100 000 (đồng). Biết $A_1A_2 = 8$ m, $B_1B_2 = 6$ m và tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MQ = 3$ m. Hỏi số tiền để sơn theo cách trên (làm tròn đến hàng phần chục, đơn vị triệu đồng) bằng

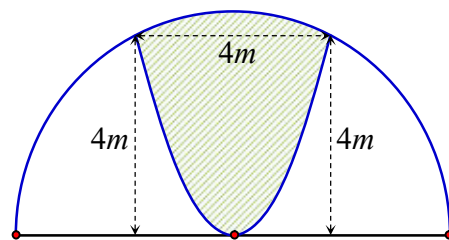


Câu 2. Một cái cổng hình Parabol như hình vẽ sau. Chiều cao $GH = 4m$, chiều rộng $AB = 4m$, $AC = BD = 0,9m$. Chủ nhà làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm có giá là 1 200 000 đồng/ m^2 , còn các phần

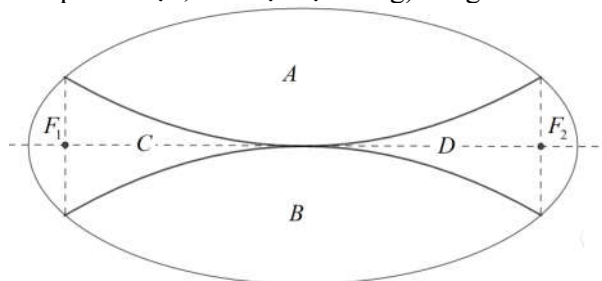
để trồng làm xiên hoa có giá là 900 000 đồng/ m^2 . Hỏi tổng số tiền làm cổng parabol như trên (làm tròn đến hàng phần chục, đơn vị triệu đồng) bằng



Câu 3. Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người thiết kế phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa hình tròn, hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (phần tô màu) và cách nhau một khoảng bằng $4m$. Phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích thước cho như hình vẽ, chi phí để trồng hoa và cỏ Nhật Bản tương ứng là 150 000 đồng/ m^2 và 100 000 đồng/ m^2 . Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên (làm tròn đến hàng phần trăm, đơn vị triệu đồng) bằng



Câu 4. Nhà trường X dự định làm một vườn hoa dạng elip được chia ra làm bốn phần bởi hai đường parabol có chung đỉnh, đối xứng với nhau qua trục của elip như hình vẽ bên dưới. Biết độ dài trục lớn, trục nhỏ của elip lần lượt là $8m$ và $4m$; F_1, F_2 là hai tiêu điểm của elip. Phần A, B dùng để trồng hoa, phần C, D dùng để trồng cỏ. Kinh phí để trồng mỗi mét vuông hoa và cỏ lần lượt là 250 000 (đồng) và 150 000 (đồng). Tổng số tiền để hoàn thành vườn hoa trên (làm tròn đến hàng phần chục, đơn vị triệu đồng) bằng



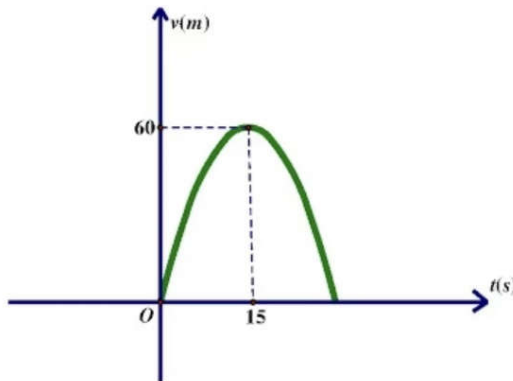
Câu 5. Một viên gạch hoa hình vuông cạnh $40cm$. Người thiết kế đã sử dụng bốn đường parabol có chung đỉnh tại tâm viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu sẫm như hình vẽ bên dưới).



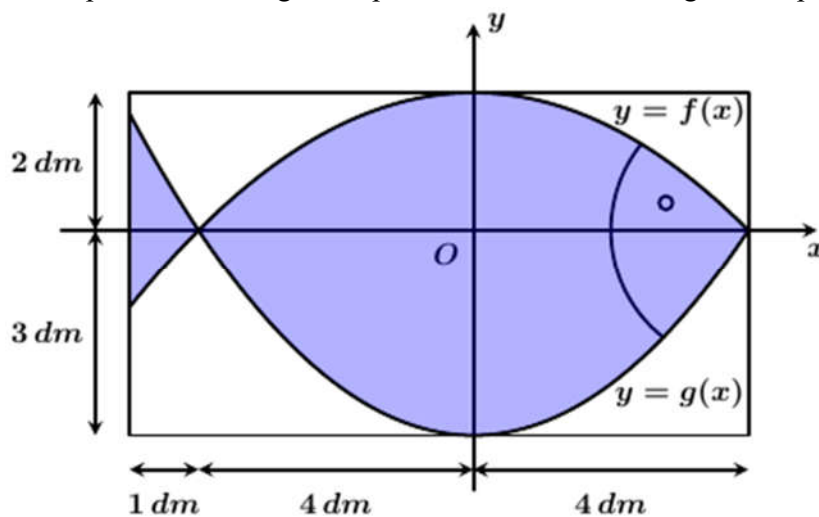
Biết phần diện tích cách hoa tô đậm hoàn thiện với giá 250 đồng/cm^2 và phần trắng còn lại hoàn thiện với giá 150 đồng/cm^2 . Số tiền khi hoàn thiện viên gạch (làm tròn đến hàng trăm, đơn vị nghìn đồng) có giá bằng

Câu 6. Khu vực trung tâm một quảng trường có dạng hình tròn đường kính AB bằng 10m . Người ta trang trí khu vực này bằng hai đường Parabol đối xứng nhau qua AB , nằm trong hình tròn, đi qua các điểm A, B và có đỉnh cách mép hình tròn 1m . Phần giới hạn bởi 2 parabol được trồng hoa với chi phí 200 nghìn đồng 1 mét vuông, phần còn lại được lát gốm sứ với chi phí 800 nghìn đồng 1 mét vuông. Tính tổng chi phí để hoàn thành khu vực này (Làm tròn kết quả đến số thập phân thứ nhất sau dấu phẩy).

Câu 7. Một xe mô tô phân khối lớn sau khi chờ hết đèn đỏ đã bắt đầu phóng nhanh với vận tốc tăng liên tục được biểu thị bằng đồ thị là đường Parabol như hình vẽ. Biết rằng sau 15s thì xe đạt đến vận tốc cao nhất 60m/s và bắt đầu giảm tốc. Hỏi từ lúc bắt đầu đến lúc đạt vận tốc cao nhất thì xe đã đi được quãng đường bao nhiêu mét?



Câu 8. Để trang trí một bảng gỗ hình chữ nhật có chiều dài 9 dm và chiều rộng 5 dm , người ta thiết kế một logo hình con cá. Logo là hình phẳng giới hạn bởi hai parabol với các kích thước được cho trong hình vẽ dưới đây (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là decimét), sau đó logo được sơn màu xanh với chi phí $20\,000 \text{ đồng/dm}^2$; phần còn lại sơn màu trắng với chi phí $10\,000 \text{ đồng/dm}^2$.

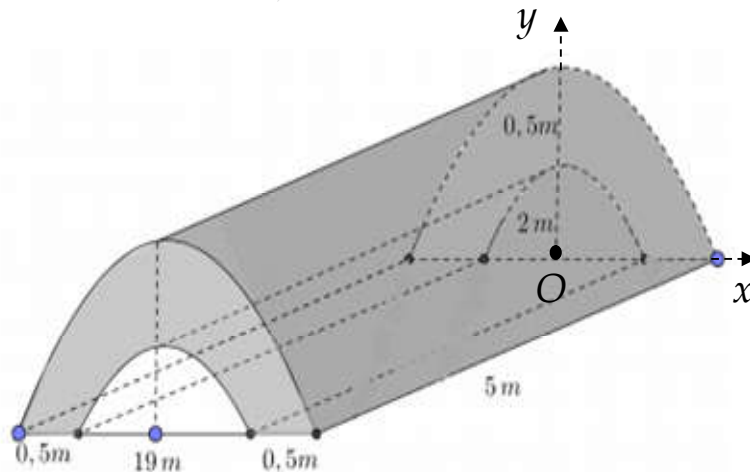


Số tiền cần dùng để trang trí bảng gỗ trên là bao nhiêu nghìn đồng? (Làm tròn kết quả đến hàng nghìn đồng)

- Câu 9.** Một bình hoa có dạng khối tròn xoay với chiều cao là 25cm (tham khảo hình vẽ). Khi cắt bình hoa theo một mặt phẳng vuông góc với trục của nó thì ta luôn được thiết diện là một hình tròn có bán kính $R = \frac{4}{9}x^3 - \frac{5}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + \frac{25}{36}$ (dm) với $x \in \left[0; \frac{5}{2}\right]$ là khoảng cách từ mặt cắt tới mặt đáy của bình hoa (tính theo đơn vị dm). Lượng nước cần đổ vào bình để mức nước trong bình cao bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của bình chiếm tỉ lệ bao nhiêu phần trăm so với thể tích của bình hoa? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



- Câu 10.** Trường THPT Lạng Giang số 1 muốn làm một cái cửa nhà hình parabol có chiều cao từ mặt đất đến đỉnh là $2,25$ mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là 1500000 đồng. Tính số tiền nhà trường phải trả (đơn vị nghìn đồng).
- Câu 11.** Trường THPT Bến Tre muốn làm một cái cửa nhà hình parabol cho nhà rèn luyện thể chất của nhà trường có chiều cao từ mặt nền nhà đến đỉnh là $2,25$ mét, chiều rộng tiếp giáp với mặt đất là 3 mét. Giá thuê mỗi mét vuông là $1,5$ triệu đồng. Vậy số tiền nhà trường phải trả là bao nhiêu triệu đồng?
- Câu 12.** Trong chương trình nông thôn mới, tại một xã Y có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ. (Đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol, Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ).

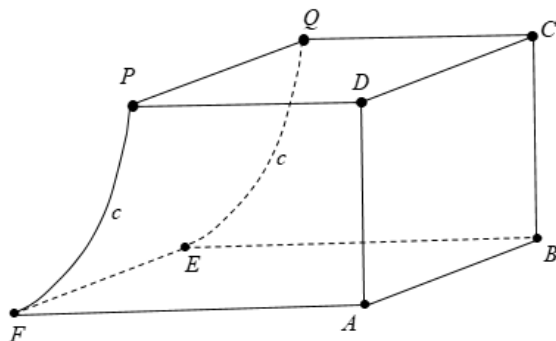


Lượng bê tông để đổ cây cầu là $a\text{ m}^3$. Tính a .

- Câu 13.** Hình elip được ứng dụng nhiều trong thực tiễn, đặc biệt là kiến trúc xây dựng như đầu trường La Mã, tòa nhà **Ellipse Tower** Hà Nội, sử dụng trong thiết kế logo quảng cáo, thiết bị nội thất. Xét một Lavabo (bồn rửa) làm bằng sứ đặc hình dạng là một nửa khối elip tròn xoay có thông số kĩ thuật mặt trên của Lavabo là: dài $\times$ rộng: 660×380 mm (tham khảo hình vẽ bên dưới), Lavabo có độ dày đều là 20 mm. Thể tích chứa nước của Lavabo bằng bao nhiêu dm^3 (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?

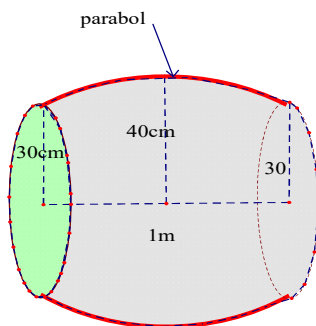


Câu 14. Một chi tiết máy được thiết kế như hình vẽ bên.



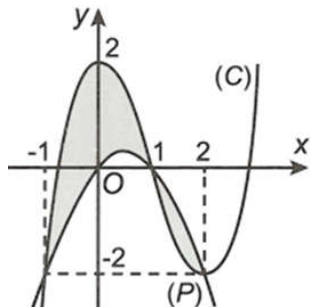
Các tứ giác $ABCD, CDPQ$ là các hình vuông cạnh $2,5\text{ cm}$. Tứ giác $ABEF$ là hình chữ nhật có $BE = 3,5\text{ cm}$. Mặt bên $PQEF$ được mài nhẵn theo đường parabol (P) có đỉnh parabol nằm trên cạnh EF . Thể tích của chi tiết máy bằng bao nhiêu đơn vị cm^3 (kết quả làm tròn đến chữ số đầu tiên hàng thập phân)?

Câu 15. Một cái trống trường có bán kính các đáy là 30cm , thiết diện vuông góc với trục và cách đều hai đáy có diện tích là $1600\pi(\text{cm}^2)$, chiều dài của trống là 1m . Biết rằng mặt phẳng chứa trục cắt mặt xung quanh của trống là các đường Parabol. Gọi V thể tích của cái trống. Tính $10V$?



Trả lời:.....

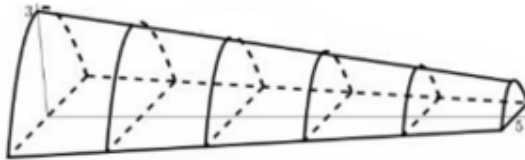
Câu 16. Cho đồ thị (C) của hàm đa thức bậc ba và parabol (P) có trục đối xứng vuông góc với trục hoành như hình vẽ.



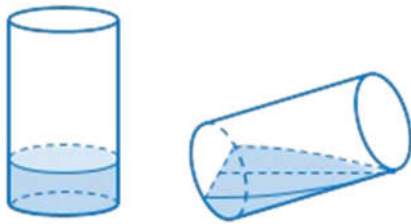
Biết phần hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) (phần tô đậm của hình vẽ) có diện tích bằng $\frac{m}{n}$

$(m, n \in \mathbb{N}; \frac{m}{n}$ là phân số tối giản). Tính $m + n$.

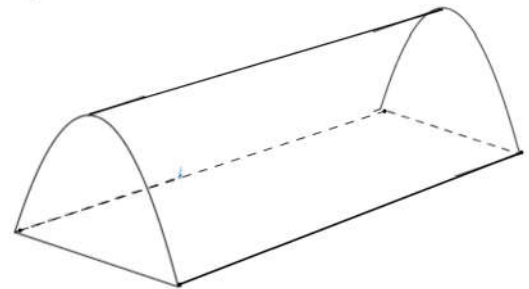
- Câu 17.** Cho một mô hình 3-D mô phỏng một đường hầm như hình vẽ bên. Biết rằng đường hầm mô hình có chiều dài 5 cm ; khi cắt hình này bởi mặt phẳng vuông góc với đáy của nó, ta được thiết diện là một hình parabol có độ dài đáy gấp đôi chiều cao parabol. Chiều cao của mỗi thiết diện parabol cho bởi công thức $y = 3 - \frac{2}{5}x$ (cm) với x (cm) là khoảng cách tính từ lối vào lớn hơn của đường hầm mô hình. Tính thể tích (theo đơn vị cm^3) không gian bên trong đường hầm mô hình (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)



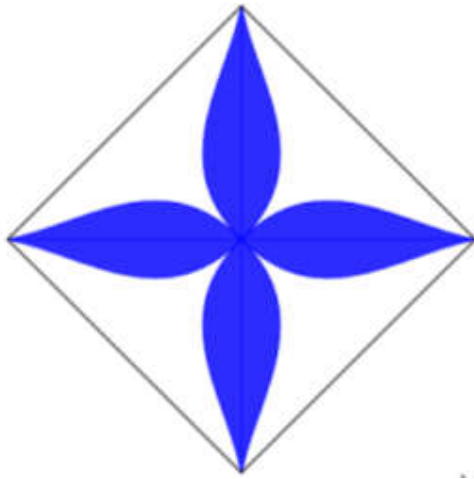
- Câu 18.** Cho một cái cốc thủy tinh hình trụ bán kính đáy là 6 cm, chiều cao là 10 cm đang đựng một lượng nước. Tính thể tích lượng nước trong cốc, biết khi nghiêng cốc nước vừa lúc khi nước chạm miệng cốc thì ở đáy mực nước trùng với đường kính đáy? (kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị).



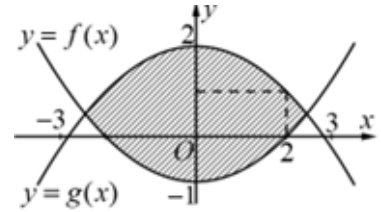
- Câu 19.** Nhân dịp đi dã ngoại, lớp 12a dự kiến dựng một cái trại có dạng hình parabol như hình vẽ. Nền của lều trại là một hình chữ nhật có kích thước bề ngang 3 mét, chiều dài 5 mét, đỉnh trại cách nền 3 mét. Thể tích phần không gian bên trong lều trại bằng bao nhiêu mét khối?



- Câu 20.** Một vật chuyển động dọc theo một đường thẳng sao cho vận tốc của nó tại thời điểm t (giây) là $v(t) = t^2 - t - 6$ (mét/giây). Quãng đường (mét) vật đi được trong khoảng thời gian $1 \leq t \leq 4$ bằng (làm tròn tới hàng phần mười)
- Câu 21.** Một công ty có ý định thiết kế một logo hình vuông có độ dài nửa đường chéo bằng 4. Biểu tượng 4 chiếc lá (được tô màu) được tạo thành bởi các đường cong đối xứng với nhau qua tâm của hình vuông và qua các đường chéo. Một trong số các đường cong ở nửa bên phải của logo là một phần của đồ thị hàm số bậc ba dạng $y = ax^3 + bx^2 - x$ với hệ số $a < 0$. Để kỷ niệm ngày thành lập mừng 2 tháng 3, công ty thiết kế để tỉ số diện tích được tô màu so với phần không được tô màu bằng $\frac{2}{3}$. Tính $20a + 20b$



Câu 22. Một logo được thiết kế như phần gạch sọc trong hình vẽ bên. Logo trên là hình phẳng giới hạn bởi hai Parabol $y = f(x)$, $y = g(x)$ như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục là dm). Tính diện tích của logo trên (làm tròn đến hàng phần mười).

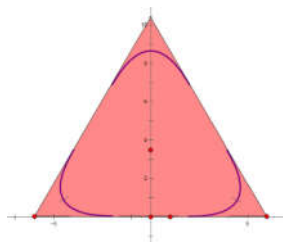


Câu 23. Một tấm kính làm mặt bàn (H1) có hình dáng tam giác đều với 3 đỉnh được làm cong (H2). Biết cạnh tấm kính tam giác ban đầu bằng 12(dm). Để cắt góc bàn được đẹp thì người ta cắt theo đường cong là đường Parabol

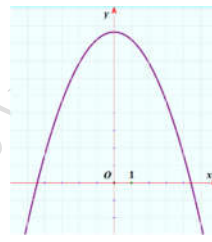
(P): $y = -\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 + 5\sqrt{3}$ (H3) có hai nhánh tiếp giáp với hai cạnh của tam giác (H4)



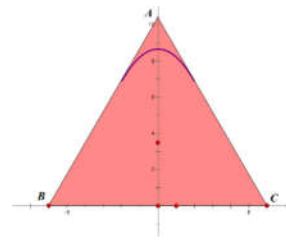
H1



H2



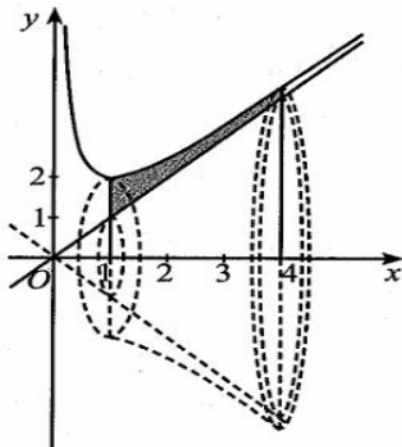
H3



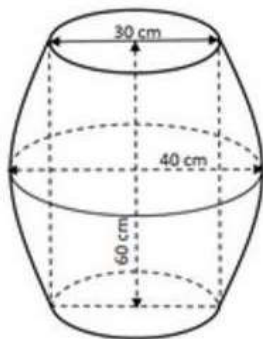
H4

Diện tích mặt kính làm mặt bàn (H1) bằng $S \text{ (dm}^2\text{)}$. Tính S (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 24. Một chiếc bát thủy tinh có bề dày của phần xung quanh là một khối tròn xoay, khi xoay hình phẳng D quanh một đường thẳng a bất kì nào đó mà khi gắn hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên trục là decimet) vào hình phẳng D tại một vị trí thích hợp, thì đường thẳng a sẽ trùng với trục Ox . Khi đó hình phẳng D được giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x + \frac{1}{x}$, $y = x$ và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 4$ (Hình vẽ). Tính thể tích của bề dày chiếc bát thủy tinh đó (kết quả được tính theo decimet khối và làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



Câu 25. Một thùng đựng Bia hơi (có dạng như hình vẽ) có đường kính đáy là 30cm, đường kính lớn nhất của thân thùng là 40cm, chiều cao thùng là 60 cm, cạnh bên hông của thùng có hình dạng của một parabol. Tính thể tích của thùng Bia hơi. (làm tròn đến hàng phần chục).



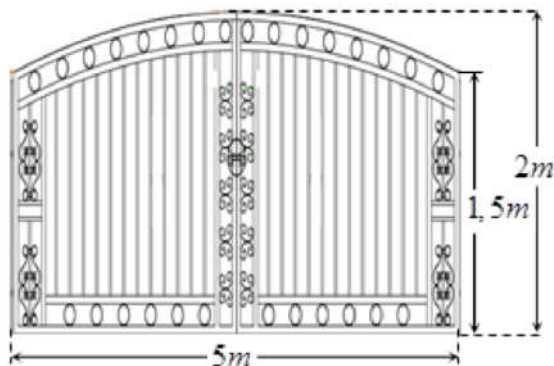
Câu 26. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x^2 - 2)(2x + 1)$ và $F(-1) = \frac{1}{6}$. Tính $F\left(-\frac{1}{2}\right)$ (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 27. Bỏ dọc một quả dưa hấu ta được thiết diện là hình elip có trục lớn 29 cm, trục nhỏ 26 cm. Biết cứ 1000 cm³ dưa hấu sẽ làm được cốc sinh tố giá 20000 đồng. Hỏi từ quả dưa hấu trên có thể thu được bao nhiêu nghìn đồng từ việc bán nước sinh tố (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)? Biết rằng bề dày vỏ dưa hấu là 1 cm.

Câu 28. Một cái thùng đựng dầu có thiết diện ngang (mặt trong của thùng) là một đường elip có trục lớn bằng 1m, trục bé bằng 0,8m, chiều dài (mặt trong của thùng) bằng 3m. Được đặt sao cho trục bé nằm theo phương thẳng đứng (như hình bên). Biết chiều cao của dầu hiện có trong thùng (tính từ đáy thùng đến mặt dầu) là 0,6m. Tính thể tích V của dầu có trong thùng (Kết quả làm tròn đến phần trăm).



Câu 29. Ông An muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên là một Parabol. Giá 1(m²) của rào sắt là 700 nghìn đồng. Hỏi ông An phải trả bao nhiêu tiền để làm cái cửa sắt như vậy (làm tròn đến hàng đơn vị).

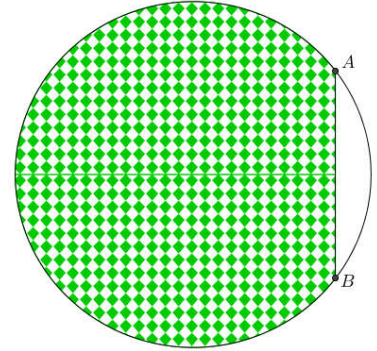


Câu 30. Người ta dự định lắp kính cho cửa của một mái vòm có dạng hình parabol. Hãy tính diện tích mặt kính cần lắp vào, biết rằng vòm cửa cao 21 m và rộng 70 m (Hình 33).

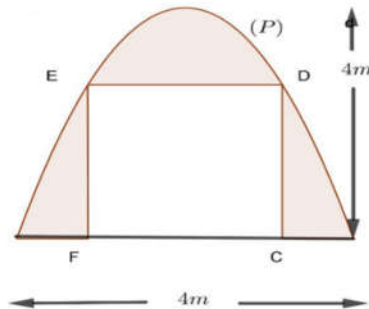
(Nguồn: <https://shutterstock.com>)

Hình 33

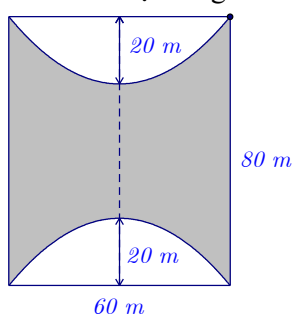
Câu 31. Ông A có miếng đất hình tròn có bán kính bằng $5m$. Ông A tính trồng cây trên mảnh đất đó, biết mỗi mét vuông trồng cây thu hoạch được 100 nghìn. Tuy nhiên cần có một khoảng trống để dựng một cái chòi và để đồ dùng nên ông A bớt lại một phần đất nhỏ không trồng cây (phần màu trắng như hình vẽ), trong đó $AB = 6m$. Gọi T là số tiền ông A nhận được sau khi thu hoạch cây (đơn vị nghìn đồng và làm tròn đến hàng đơn vị). Giá trị T bằng



Câu 32. Một gia đình thiết kế chiếc cổng có dạng là một parabol (P) có kích thước như hình vẽ, biết chiều cao cổng bằng chiều rộng của cổng và bằng $4m$. Người ta thiết kế cửa đi là một hình chữ nhật $CDEF$ sao cho chiều cao cửa đi là $CD = 2m$, phần còn lại dùng để trang trí. Biết chi phí phần tô đậm là $1,5$ triệu đồng/ m^2 . Tính số tiền (triệu đồng) gia đình đó phải trả để trang trí phần tô đậm (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

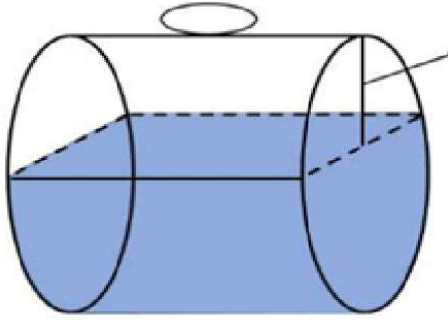


Câu 33. Kiến trúc sư thiết kế một khu sinh hoạt cộng đồng có dạng hình chữ nhật với chiều rộng và chiều dài lần lượt là $60m$ và $80m$. Trong đó, phần được tô màu đậm là sân chơi, phần còn lại để trồng hoa. Mỗi phần trồng hoa có đường biên cong là một phần của parabol với đỉnh thuộc một trục đối xứng của hình chữ nhật và khoảng cách từ đỉnh đó đến trung điểm cạnh tương ứng của hình chữ nhật bằng $20m$ (xem hình minh họa).

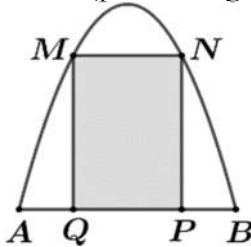


Diện tích của phần sân chơi là bao nhiêu mét vuông?

- Câu 34.** Một bể chứa nhiên liệu hình trụ đặt nằm ngang, có chiều dài 5 m, có bán kính đáy 1m. Chiều cao của mực nhiên liệu là 1,5m. Tính thể tích phần nhiên liệu trong bể (theo đơn vị m^3 , làm tròn đến chữ số thập phân hàng phần trăm).

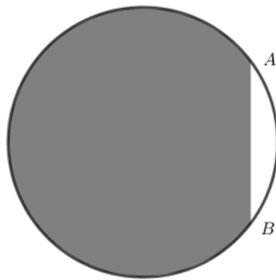


- Câu 35.** Một chiếc cổng có hình dạng là một Parabol có khoảng cách giữa hai chân cổng là $AB = 8$ m. Người ra treo một tấm phong hình chữ nhật có hai đỉnh M, N nằm trên Parabol và hai đỉnh P, Q nằm trên mặt đất (như hình vẽ). Ở phần phía ngoài phong (phần không tô đen) người ta mua hoa để trang trí hoa, biết $MN = 4$ m, $MQ = 6$ m. Diện tích phần phía ngoài phong để trang trí hoa (phần không tô đen) là bao nhiêu mét vuông? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)



- Câu 36.** Một người có miếng tôn hình tròn có bán kính bằng 5(m). Người này tính trang trí sơn vẽ trên tấm tôn đó, biết mỗi mét vuông sơn hết 100 nghìn đồng. Tuy nhiên cần có một khoảng trống để treo tấm tôn nên người này bớt lại một phần tấm tôn nhỏ không trang trí (phần màu trắng như hình vẽ), trong đó $AB = 6$ (m).

Hỏi khi trang trí xong người này hết bao nhiêu tiền chi phí (đơn vị nghìn đồng) ?



- Câu 37.** Một kiến trúc sư thiết kế một khu sinh hoạt cộng đồng có dạng hình vuông với mỗi cạnh dài 120 m. Phần sân chơi nằm ở giữa, và phần còn lại để trồng cây xanh. Các đường biên của khu vực trồng cây xanh là các đoạn parabol, với đỉnh của parabol nằm cách trung điểm của mỗi cạnh hình vuông 25 m. Tính diện tích phần trồng cây xanh.

