

CHỦ ĐỀ 6. OXYZ

• Fanpage: **Nguyễn Bảo Vương** - <https://www.nbv.edu.vn/>

Tài liệu được xây dựng và phát triển dựa trên đề minh họa 2025 của Bộ Giáo Dục
Thầy/cô giáo cần sử dụng file word thì liên hệ: <https://www.facebook.com/tracnghiemtoanthpt489>

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM KHÁCH QUAN

- Câu 1.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(1; -3; 5)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}(2; -1; 1)$ là:
- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-5}{1}$. B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+5}{1}$.
 C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-5}{1}$. D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-5}{1}$.
- Câu 2.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x-3y-z+8=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?
- A. $\vec{n}_1(1; -3; 1)$. B. $\vec{n}_2(1; -3; -1)$. C. $\vec{n}_3(1; -3; 8)$. D. $\vec{n}_4(1; 3; 8)$.
- Câu 3.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là
- A. $(-2; -1; -3)$. B. $(-3; 2; -1)$. C. $(2; -3; -1)$. D. $(-1; 2; -3)$.
- Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Oy có phương trình tham số là
- A. $\begin{cases} x=t \\ y=t(t \in \mathbb{R}) \\ z=t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=0 \\ y=2+t(t \in \mathbb{R}) \\ z=0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=0 \\ y=0(t \in \mathbb{R}) \\ z=t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=t \\ y=0(t \in \mathbb{R}) \\ z=0 \end{cases}$.
- Câu 5.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của mặt phẳng?
- A. $2x+y^2+z+1=0$. B. $x^2+y+z+2=0$.
 C. $2x+y+z+3=0$. D. $2x+y+z^2+4=0$.
- Câu 6.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 2; 1)$, $B(2; -1; 3)$ và $C(-2; 1; 2)$. Đường thẳng đi qua A đồng thời vuông góc với BC và trục Oy có phương trình là
- A. $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2 \\ z=1+4t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=-1-t \\ y=2 \\ z=1+4t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=-1-t \\ y=0 \\ z=1-4t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2t \\ z=1+4t \end{cases}$.
- Câu 7.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; 4; 0)$. Mặt cầu (S) tâm I và đi qua $M(1; 4; -2)$ có phương trình là
- A. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 4$. B. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 2$.
 C. $(x+1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 4$. D. $(x+1)^2 + (y+4)^2 + z^2 = 2$.
- Câu 8.** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $\vec{a}(2; 1)$, $\vec{b}(3; -1)$. Tọa độ vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ là
- A. $\vec{a} - \vec{b} = (-1; 2)$. B. $\vec{a} - \vec{b} = (1; 2)$. C. $\vec{a} - \vec{b} = (1; -2)$. D. $\vec{a} - \vec{b} = (-1; -2)$.
- Câu 9.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-2; 3; 0)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của (S) là
- A. $(x-2)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 4$. B. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 2$.
 C. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 4$. D. $(x-2)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 2$.

- Câu 10.** Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2; -1; 0)$ và $B(1; 1; -3)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là
 A. $(-1; 2; -3)$ B. $(1; -2; 3)$ C. $(-1; -2; 3)$ D. $(1; -2; 3)$
- Câu 11.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình chính tắc của đường thẳng AB với $A(1; 1; 2)$ và $B(-4; 3; -2)$ là:
 A. $\frac{x+4}{1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{-2}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{-2}$
 C. $\frac{x+1}{-5} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{-4}$ D. $\frac{x+4}{-5} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{-4}$
- Câu 12.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ và có vector pháp tuyến là $\vec{n} = (6; 3; -2)$ thì phương trình của (α) là
 A. $-6x + 3y - 2z = 0$ B. $6x - 3y - 2z = 0$ C. $-6x - 3y - 2z = 0$ D. $6x + 3y - 2z = 0$
- Câu 13.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, trong các mặt cầu dưới đây, mặt cầu nào có bán kính $R = 2$?
 A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 3 = 0$ B. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z - 10 = 0$
 C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 2 = 0$ D. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 2z + 5 = 0$
- Câu 14.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (Oyz) ?
 A. $y = 0$ B. $x = 0$ C. $y - z = 0$ D. $z = 0$
- Câu 15.** Tìm một vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 2 = 0$.
 A. $\vec{n}(2; 1; 3)$ B. $\vec{n}(2; -1; 3)$ C. $\vec{n}(-2; -1; 3)$ D. $\vec{n}(2; -1; -3)$
- Câu 16.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 4y + 5z - 8 = 0$ và đường thẳng
 $d: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = -1 - 4t \\ z = 5 - 5t \end{cases}$. Tính số đo góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng (P) .
 A. 90° B. 30° C. 45° D. 60°
- Câu 17.** Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (2; 1; -3)$, $\vec{b} = (-2; -1; 2)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng
 A. -2 B. -11 C. 11 D. 2
- Câu 18.** Trong không gian $Oxyz$ cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-1; 0; 3)$, $B(2; 1; -1)$ và $C(3; 2; 2)$. Tọa độ của điểm D là
 A. $(2; -1; 0)$ B. $(0; -1; -6)$ C. $(0; 1; 6)$ D. $(-2; 1; 0)$
- Câu 19.** Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (2; 3; 2)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Vector $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là
 A. $(3; 4; 1)$ B. $(-1; -2; 3)$ C. $(3; 5; 1)$ D. $(1; 2; 3)$
- Câu 20.** Phương trình mặt phẳng nào sau đây nhận véc tơ $\vec{n} = (2; 1; -1)$ làm véc tơ pháp tuyến?
 A. $-2x - y - z + 1 = 0$ B. $4x + 2y - z - 1 = 0$
 C. $2x + y - z + 1 = 0$ D. $2x + y - 1 = 0$
- Câu 21.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 4y + 8z = 0$. Tâm của (S) có tọa độ là
 A. $(2; -2; 4)$ B. $(-2; 2; -4)$ C. $(-4; 4; -8)$ D. $(4; -4; 8)$

- Câu 22.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;-2)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (1; -1; 2)$ có phương trình là
- A. $(P): x - y + 2z + 3 = 0$. B. $(P): x + y + 2z + 3 = 0$.
 C. $(P): x - y - 2z + 3 = 0$. D. $(P): x - y + 2z - 3 = 0$.
- Câu 23.** Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;-2)$, bán kính $R = 4$ có phương trình là
- A. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 4$. B. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$.
 C. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 4$. D. $(x-1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16$.
- Câu 24.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-1; -1; 2)$ và $N(1; 3; 4)$. Đường thẳng MN có phương trình chính tắc là
- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+2}{2}$. B. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$.
 C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{1}$. D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{4} = \frac{z+4}{2}$.
- Câu 25.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3z + 1 = 0$. Vector pháp tuyến của mặt phẳng (α) là:
- A. $\vec{n}_2 = (2; 0; -3)$. B. $\vec{n}_1 = (2; -3; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (-2; 0; -3)$. D. $\vec{n}_4 = (-2; 3; -1)$.
- Câu 26.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $A(2; 0; -1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$ là:
- A. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 \\ z = 1 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -t \\ z = -1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$
 C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 \\ z = -1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ D. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -t \\ z = 1 - t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.
- Câu 27.** Phương trình nào sau đây là phương trình của mặt cầu?
- A. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 3$. B. $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = -3$.
 C. $(x-1) + (y-3) + (z+2) = 9$. D. $(x-1) + (y-3) + (z+2) = -9$.
- Câu 28.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 1; -1)$, $B(2; 3; 2)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là
- A. $(2; 2; 3)$. B. $(1; 2; 3)$. C. $(3; 5; 1)$. D. $(3; 4; 1)$.
- Câu 29.** Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình là
- A. $z = 0$. B. $x + y + z = 0$. C. $x = 0$. D. $y = 0$.
- Câu 30.** Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{1}$. Điểm nào dưới đây thuộc d ?
- A. $Q(4; -2; 1)$. B. $N(4; 2; 1)$. C. $P(2; 1; -3)$. D. $M(2; 1; 3)$.
- Câu 31.** Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $I(1; 1; 1)$ và $A(1; 2; 3)$. Phương trình mặt cầu có tâm I và đi qua A là
- A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 5$ B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 5$
 C. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = 29$ D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 25$
- Câu 32.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vector $\vec{a}$ là

- A. $(-1; 2; -3)$. B. $(2; -3; -1)$. C. $(2; -1; -3)$. D. $(-3; 2; -1)$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 4y - z + 3 = 0$. Véc tơ nào sau đây là véc tơ pháp tuyến của (α) ?

- A. $\vec{n}_1 = (2; 4; 1)$. B. $\vec{n}_2 = (2; -4; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (-2; 4; 1)$. D. $\vec{n} = (2; 4; -1)$

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 2$. Tâm của (S) có tọa độ

- A. $(3; -1; 1)$ B. $(-3; -1; 1)$ C. $(-3; 1; -1)$ D. $(3; 1; -1)$

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vector $\vec{u} = (1; 3; -2)$ và $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Tọa độ vector $\vec{u} - \vec{v}$ là:

- A. $(3; 4; -3)$. B. $(-1; 2; -3)$. C. $(-1; 2; -1)$. D. $(1; -2; 1)$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -1; 3)$ và có vector pháp tuyến $\vec{n} = (2; 3; -1)$ là:

- A. $2x + 3y - z - 2 = 0$. B. $2x + 3y - z + 2 = 0$.
C. $2x - y + 3z - 2 = 0$. D. $2x - y + 3z + 2 = 0$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y-4}{-5} = \frac{z+1}{3}$. Vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_2(2; 4; -1)$. B. $\vec{u}_1(2; -5; 3)$. C. $\vec{u}_3(2; 5; 3)$. D. $\vec{u}_4(3; 4; 1)$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu (S) tâm $A(2; 1; 0)$, đi qua điểm $B(0; 1; 2)$?

- A. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 8$. B. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 8$.
C. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 64$. D. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 64$.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $3x + 4y + 2z + 4 = 0$ và điểm $A(1; -2; 3)$. Tính khoảng cách d từ A đến (P) .

- A. $d = \frac{5}{29}$. B. $d = \frac{5}{\sqrt{29}}$. C. $d = \frac{\sqrt{5}}{3}$. D.

$$d = \frac{5}{9}.$$

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{OA} = 6\vec{j} + 4\vec{i} - 3\vec{k}$. Tọa độ của điểm A là

- A. $(4; 6; -3)$. B. $(-6; -4; 3)$. C. $(-4; -6; 3)$. D. $(6; 4; -3)$.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(5; -4; 2)$ và $B(1; 2; 4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB là?

- A. $3x - y + 3z - 25 = 0$ B. $2x - 3y - z + 8 = 0$
C. $3x - y + 3z - 13 = 0$ D. $2x - 3y - z - 20 = 0$

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(2; -1; 2)$, bán kính bằng 3 là

- A. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 3$. B. $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 3$.
C. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$. D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$.

- Câu 43.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (5;2;-3)$. Phương trình mặt phẳng (P) là
- A. $5x + 2y - 3z - 17 = 0$. B. $2x + 2y + z - 11 = 0$.
C. $5x + 2y - 3z - 11 = 0$. D. $2x + 2y + z - 17 = 0$.
- Câu 44.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình tham số của đường thẳng Δ đi qua $A(3;-2;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): -x + 2y - 2z + 1 = 0$ là
- A. $\begin{cases} x = 3 - 1t \\ y = -2 + 2t, t \in \mathbb{R} \\ z = 1 - 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = -2 - 2t, t \in \mathbb{R} \\ z = 2 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -3 - 1t \\ y = 2 + 2t, t \in \mathbb{R} \\ z = -1 - 2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 3 - 1t \\ y = 2 - 2t, t \in \mathbb{R} \\ z = 1 - 2t \end{cases}$
- Câu 45.** Trong không gian $(Oxyz)$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y - 2z - 7 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) lần lượt là
- A. $I(-2;2;-1), R = 4$. B. $I(-2;2;-1), R = 8$.
C. $I(2;-2;1), R = 4$. D. $I(2;-2;1), R = 8$.
- Câu 46.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;1;2)$ và $B(3;-5;0)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là
- A. $M(1;0;-3)$. B. $M(0;2;-3)$. C. $M(1;-2;1)$. D. $M(1;2;3)$.
- Câu 47.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) .
- A. $I(-1;0;1)$ và $R = 3$. B. $I(-1;1;0)$ và $R = 3$.
C. $I(2;0;-2)$ và $R = \sqrt{15}$. D. $I(2;-2;0)$ và $R = \sqrt{15}$.
- Câu 48.** Tọa độ của vector $\vec{u} = \vec{k} - \vec{j}$ là:
- A. $(0;-1;1)$. B. $(0;1;1)$. C. $(1;0;0)$. D. $(-1;0;0)$.
- Câu 49.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu là
- A. $I(-1;0;-1); R = 4$. B. $I(1;0;-1); R = 2$.
C. $I(-1;0;1); R = 2$. D. $I(1;0;-1); R = 4$.
- Câu 50.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của mặt phẳng
- A. $2x + y^2 + z + 1 = 0$. B. $x^2 + y + z + 2 = 0$.
C. $2x + y + z + 3 = 0$. D. $2x + y + z^2 + 4 = 0$.
- Câu 51.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng?
- A. $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{z} = \frac{z-5}{4}$. B. $\frac{x-9}{7} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-6}{-2}$.
C. $\frac{x-6}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-5}{z}$. D. $\frac{x-1}{y} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{4}$.
- Câu 52.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu
- A. $(x^2 - 8)^2 + (y - 12)^2 + (z - 24)^2 = 9^2$. B. $(x - 9)^2 + (y^2 - 10)^2 + (z - 11)^2 = 12^2$.
C. $(x - 13)^2 + (y - 24)^2 - (z - 36)^2 = 7^2$. D. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 5^2$.

- Câu 53.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn hệ thức $\overrightarrow{OM} = \vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$. Tọa độ điểm M là
 A. $M(1; 5; 2)$. B. $M(2; 5; 1)$. C. $M(2; -5; 1)$. D. $M(1; -5; 2)$.
- Câu 54.** Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng (Oxy) ?
 A. Điểm $P(2; 0; 5)$. B. Điểm $Q(0; 3; 1)$.
 C. Điểm $N(-1; 0; 5)$. D. Điểm $M(2; 3; 0)$.
- Câu 55.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + z = 0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) có phương trình là
 A. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$.
- Câu 56.** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, vector nào sau đây là vector pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x - y + z + 3 = 0$?
 A. $\vec{n}_1 = (2; -1; 1)$. B. $\vec{n}_2 = (2; 1; 1)$. C. $\vec{n}_3 = (2; -1; 3)$. D. $\vec{n}_4 = (-1; 1; 3)$.
- Câu 57.** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tham số của đường thẳng?
 A. $\begin{cases} x = 2 + t^2 \\ y = 3 - t \\ z = 4 + t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + y \\ y = 3 - t^2 \\ z = -4 + 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - t \\ z = t^2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 + 5t \\ z = 5 + 6t \end{cases}$.
- Câu 58.** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu: $(S): (x - 6)^2 + (y + 7)^2 + (z - 8)^2 = 9^2$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là:
 A. $(6; -7; 8)$. B. $(-6; 7; 8)$. C. $(6; 7; -8)$. D. $(6; 7; 8)$.
- Câu 59.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $I(1; 1; 1)$ đến mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 16 = 0$ bằng?
 A. -6 . B. 18 . C. $3\sqrt{6}$. D. -18 .
- Câu 60.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2; -3; -2)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (2; -5; 1)$ có phương trình là
 A. $2x - 5y + z - 17 = 0$. B. $2x - 5y + z + 17 = 0$.
 C. $2x - 5y + z - 12 = 0$. D. $2x - 3y - 2z - 18 = 0$.
- Câu 61.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{3}$ và $\Delta_2: \frac{x}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Góc giữa hai đường thẳng Δ_1 và Δ_2 là:
 A. 45° . B. 90° . C. 60° . D. 30° .
- Câu 62.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 3)$ và $B(-1; 2; 5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .
 A. $I(-2; 2; 1)$. B. $I(1; 0; 4)$. C. $I(2; 0; 8)$. D. $I(2; -2; -1)$.
- Câu 63.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; 1; 3)$. Gọi A, B, C lần lượt là hình chiếu vuông góc của M trên các trục tọa độ Ox, Oy và Oz . Phương trình mặt phẳng (ABC) là

- A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{3} = 0$. B. $3x + 6y + 2z - 6 = 0$.
 C. $3x + 6y + 2z - 9 = 0$. D. $2x + 6y + 3z - 6 = 0$.
- Câu 64.** Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng?
 A. $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{z} = \frac{z-5}{4}$. B. $\frac{x-9}{7} = \frac{y-8}{-1} = \frac{z-6}{-2}$.
 C. $\frac{x-6}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-5}{z}$. D. $\frac{x-1}{y} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-3}{4}$.
- Câu 65.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 9$. Tọa độ tâm I của mặt cầu đó là
 A. $I(-1; 3; 0)$. B. $I(1; 3; 0)$. C. $I(1; -3; 0)$. D. $I(-1; -3; 0)$.
- Câu 66.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2; 1; 3)$, $B(1; 0; 1)$, $C(-1; 1; 2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC ?
 A. $\begin{cases} x = -2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$. B. $x - 2y + z = 0$.
 C. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$. D. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.
- Câu 67.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; -1; 3)$, $B(1; 3; 1)$, $C(-1; 1; 5)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC ?
 A. $\begin{cases} x = -2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$. B. $x - 2y + z = 0$. C. $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-2}$. D. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.
- Câu 68.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(4; -1; 3)$, $B(1; 3; 1)$, $C(-1; 1; 5)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC ?
 A. $\begin{cases} x = -2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$. B. $x - 2y + z = 0$.
 C. $\frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{-2}$. D. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.
- Câu 69.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1; 4; 2)$ và bán kính $R = 5$. Phương trình của (S) là
 A. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 25$. B. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 5$.
 C. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 5$. D. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 25$.
- Câu 70.** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 4; 2)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$. Phương trình của (S) là:
 A. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 25$. B. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 5$.
 C. $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 5$. D. $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 25$.
- Câu 71.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 2; 1)$ và $N(3; 1; -2)$. Đường thẳng MN có phương trình là

A. $\frac{x+1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+1}{-1}$.

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{-3}$.

C. $\frac{x-1}{4} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{-1}$.

D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z+1}{-3}$.

Câu 72. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-2; 1; -3)$.

B. $(-4; 2; -6)$.

C. $(4; -2; 6)$.

D. $(2; -1; 3)$.

Câu 73. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 + t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{u}_1 = (-1; 2; 3)$.

B. $\vec{u}_3 = (2; 1; 3)$.

C. $\vec{u}_4 = (-1; 2; 1)$.

D. $\vec{u}_2 = (2; 1; 1)$.

Câu 74. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x + 4y - z + 3 = 0$. Vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của (α) ?

A. $\vec{n}_1 = (2; 4; -1)$.

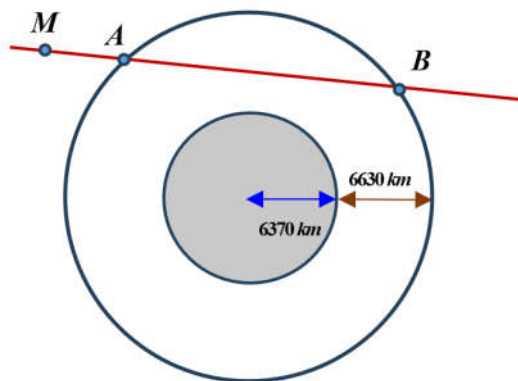
B. $\vec{n}_2 = (2; -4; 1)$.

C. $\vec{n}_3 = (-2; 4; 1)$.

D. $\vec{n}_1 = (2; 4; 1)$.

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI

Câu 1. Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140 m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7500000 km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, người ta đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 6630 km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6370 km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian có gốc O tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 1000 km. Một thiên thạch (coi như một hạt) chuyển động với tốc độ không đổi theo một đường thẳng từ điểm $M(6; 15; -2)$ sau một thời gian vị trí đầu tiên thiên thạch di chuyển vào phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là điểm $A(5; 12; 0)$.



a) Đường thẳng AM có phương trình chính tắc là $\frac{x-5}{1} = \frac{y-12}{3} = \frac{z}{-2}$.

b) Trên hệ tọa độ đã cho thiên thạch di chuyển qua điểm $N(7; 18; -5)$.

c) Vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là

$B\left(-\frac{6}{7}; -\frac{39}{7}; \frac{82}{7}\right)$.

d) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 21915 km (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị theo đơn vị ki-lô-mét).

Câu 2. Một nguồn âm phát ra sóng âm là sóng cầu (mặt đầu sóng là mặt cầu). Khi gắn trên hệ trục tọa độ $Oxyz$ với đơn vị trên mỗi trục là mét, vị trí nguồn âm có tọa độ $(0; -3; -1)$, cường độ âm chuẩn phát ra có bán kính là 10 mét. Một người di chuyển theo phương thẳng từ vị trí $N(7; 10; -4)$ đến vị trí $M(5; 0; 2)$ để nhận nguồn âm, biết rằng nguồn âm phát ở cường độ tai người nghe thấy được

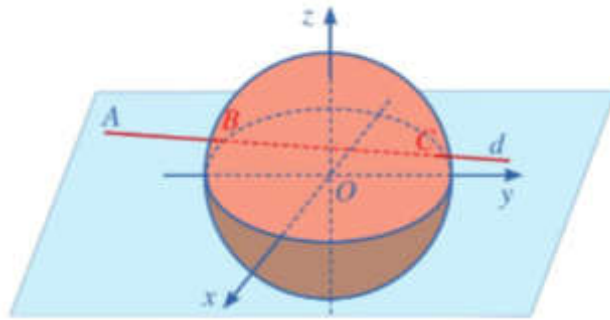
a) Phương trình mặt cầu mô tả ranh giới nhận được cường độ âm chuẩn là $x^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 100$.

b) Tại điểm $M(5; 0; 2)$ sẽ nhận được cường độ âm chuẩn từ nguồn âm trên.

c) Đoạn đường người đó di chuyển nằm trên đường thẳng có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 5 - t \\ y = -5t \\ z = 2 + 3t \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

d) Khi người đó di chuyển từ N đến M thì vị trí đầu tiên nhận được nguồn âm là $A\left(\frac{118}{35}; -\frac{57}{35}; \frac{241}{35}\right)$.

Câu 3. Hệ thống Kiểm soát không lưu, còn gọi là kiểm soát không lưu (tiếng anh: *air traffic control*, viết tắt là ATC), hay Điều khiển không lưu là hệ thống chuyên trách đảm nhận việc gửi các hướng dẫn đến máy bay nhằm giúp các máy bay tránh va chạm, đồng thời đảm bảo tính hoạt động hiệu quả của nền tảng không lưu. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét một đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0; 0; 0)$, mỗi đơn vị trên trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiển thị trên màn hình ra đa. Một máy bay đang ở vị trí $A(-688; -185; 8)$ chuyển động theo đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (91; 75; 0)$ và hướng về đài kiểm soát không lưu (Hình hình mô tả dưới).



a) Phương trình đường thẳng mô tả đường bay của máy bay trên là
$$\begin{cases} x = -688 + 91t \\ y = -185 + 75t \\ z = 8 \end{cases}, t \in \mathbb{R}.$$

b) Xác định tọa độ của vị trí mà máy bay bay gần đài kiểm soát không lưu nhất là điểm $\left(-\frac{375}{2}; \frac{455}{2}; 8\right)$.

c) Vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình ra đa có tọa độ $(-88; 415; 8)$.

d) Giả sử suốt quá trình được theo dõi bởi đài kiểm soát không lưu này máy bay luôn giữ vận tốc không đổi là 800 km/h thì mất 0,62 giờ (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 4. Hải đăng là một ngọn tháp (nhà hoặc khung) được thiết kế để chiếu sáng từ một hệ thống đèn và thấu kính, hoặc thời xưa là chiếu sáng bằng lửa, với mục đích hỗ trợ cho các hỏa tiêu trên biển định hướng và tìm đường. Vào năm 293 trước Công nguyên, ngọn hải đăng đầu tiên đã được người Phoenicia xây dựng trên hòn đảo Pharos tại Alexandria. Trong không gian với

hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là một mét), coi một phần mặt biển được khảo sát là mặt phẳng (Oxy) , trục Oz hướng lên trên vuông góc với mặt biển; một ngọn hải đăng đỉnh cao 50 mét so với mực nước biển (*Hình dưới*) biết đỉnh ở vị trí $I(21;35;50)$, biết rằng ngọn hải đăng này được thiết kế với bán kính phủ sáng là 4km.



- a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới của vùng phủ sáng trên biển của ngọn hải đăng trên là $(x-21)^2 + (y-35)^2 + (z-50)^2 = 16$.
- b) Người đi biển coi là một điểm ở vị trí $D(5121;658;0)$ thì có thể nhìn thấy được ánh sáng của ngọn hải đăng trên.
- c) Ngọn Hải đăng phủ một vùng sáng trên mặt biển thì bán kính vùng sáng này là 3999,7 (làm tròn đến hàng phần mười của mét) giả sử yếu tố bị che khuất bởi địa hình là không đáng kể.
- d) Giả sử người đi biển coi là một điểm từ vị trí $D(5121;658;0)$ di chuyển theo đường thẳng đến chân ngọn Hải đăng với tốc độ 7 hải lý/giờ; biết một hải lý bằng 1852 mét thì mất 5,28 phút (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) để đến điểm đầu tiên nhìn thấy được ánh sáng ngọn Hải đăng trên.

Câu 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y-2z-1=0$ và hai điểm $A(1;1;2)$, $B(3;2;-3)$.

- a) Điểm A không thuộc mặt phẳng (P) .
- b) Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (P) bằng 3.
- c) Phương trình tham số của đường thẳng AB là
$$\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 1 + 2t, t \in \mathbb{R} \\ z = 2 - 3t \end{cases}$$
- d) Mặt cầu (S) có tâm I thuộc trục Oz và đi qua hai điểm A, B có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 8z + 2 = 0$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-z=0$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$ và hai điểm

$A(1;2;1), B(2;1;4)$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Điểm A thuộc mặt phẳng (P) .
- b) Khoảng cách giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) bằng 1.
- c) Điểm $I(a;b;c) \in d, a > 0$. Mặt cầu (S) có tâm I bán kính $R = 2\sqrt{2}$ tiếp xúc với (P) . Khi đó $a+b+c=9$.

d) Gọi Δ là đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ A đến Δ bằng

1. Khi khoảng cách từ B đến Δ đạt giá trị nhỏ nhất thì Δ đi qua điểm $M\left(\frac{5}{3}; \frac{5}{3}; \frac{5}{3}\right)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$, $C(0; 1; -6)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$.

a) Đường thẳng Δ đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là

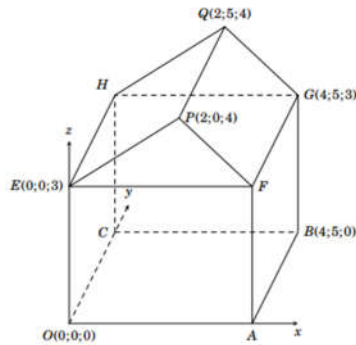
$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = -3 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

b) Tọa độ vector $\overrightarrow{AC} = (-1; -1; -3)$.

c) Mặt phẳng (R) đi qua hai điểm A, C và vuông góc với (P) có phương trình là $(R): x - y + 1 = 0$.

d) Đường thẳng d đi qua A và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + 4y - 4z + 5 = 0$ cắt mặt phẳng (P) tại B . Điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho M luôn nhìn AB dưới một góc vuông. Khi đó, độ dài MB lớn nhất bằng $\frac{\sqrt{5}}{2}$.

Câu 8. Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



a) Tọa độ của các điểm $A(5; 0; 0)$.

b) Tọa độ của các điểm $H(0; 5; 3)$.

c) Góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ gọi là góc dốc của mái nhà. Số đo của góc dốc của mái nhà bằng $26,6^\circ$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ).

d) Chiều cao của ngôi nhà là 4.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo mét), một ngọn hải đăng được đặt ở vị trí $I(17; 20; 45)$. Biết rằng ngọn hải đăng đó được thiết kế với bán kính phủ sáng là 4 km.

a) Phương trình mặt cầu để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sáng trên biển của hải đăng là:

$$(x - 17)^2 + (y - 20)^2 + (z - 45)^2 = 4000^2.$$

b) Nếu người đi biển ở vị trí $M(18; 21; 50)$ thì không thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.

c) Nếu người đi biển ở vị trí $N(4019; 21; 44)$ thì có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng.

d) Nếu hai người đi biển ở vị trí có thể nhìn thấy được ánh sáng từ ngọn hải đăng thì khoảng cách giữa hai người đó không quá 8 km.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=3+t \\ y=-1-t, (t \in \mathbb{R}) \\ z=-2+t \end{cases}$, điểm

$M(1;2;-1)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 10y + 14z + 64 = 0$.

a) Đường thẳng Δ có một vector chỉ phương là $\vec{u} = (1; -1; 1)$.

b) Mặt phẳng đi qua điểm M và vuông góc với đường thẳng Δ là $x - y + z - 2 = 0$.

c) Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -5; -7)$, bán kính $R = \sqrt{14}$.

d) Gọi Δ' là đường thẳng đi qua M cắt đường thẳng Δ tại A , cắt mặt cầu tại B sao cho $\frac{AM}{AB} = \frac{1}{3}$ và điểm B có hoành độ là số nguyên. Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình là $2x - 4y - 4z - 43 = 0$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(0;0;2), B(1;1;0)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = \frac{1}{4}$. Xét điểm M thay đổi thuộc (S)

a) Mặt cầu (S) có tâm $I(0; 0; 1)$.

b) Mặt cầu (S) có bán kính $R = \frac{1}{2}$.

c) Điểm $K\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; \frac{1}{3}\right)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{KA} + 2\overrightarrow{KB} = \vec{0}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA^2 + 2MB^2$ bằng $\frac{19}{4}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 7 = 0$, mặt phẳng $(P): 4x + 3y + m = 0$.

a) Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;1)$ và bán kính $R = 3$.

b) Đường thẳng đi qua tâm I và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là:

$$\begin{cases} x=1+4t \\ y=-3t, t \in \mathbb{R} \\ z=1 \end{cases}$$

c) Với $m=1$, mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S)

d) Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) khi $m \in (a; b)$. Giá trị biểu thức $T = a + 2b = 3$

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0), B(0;3;0), C(0;0;3)$ và đường thẳng

$$d: \frac{x+2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{1}.$$

a) Véc tơ $\vec{u} = (1;1;1)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d .

b) Mặt phẳng (ABC) có phương trình là $x + y + z - 3 = 0$.

c) Hình chiếu vuông góc của điểm $B(0;3;0)$ trên đường thẳng d là điểm $H(1;0;-3)$.

d) Điểm $M(x_0; y_0; z_0) \in d$ sao cho $T = MA + 2MB + 3MC$ nhỏ nhất, khi đó $x_0 + y_0 + z_0 = 6$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng: $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{-2}$ và mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 2z + 5 = 0$

a) Vector $\vec{n} = (2; 1; -2)$ là một vector pháp tuyến của (α) .

b) Điểm $M(-1; 1; 5)$ thuộc Δ .

c) Điểm $I(1; 2; 3)$ và $M(-1; 1; 5)$ cách đều mp (α) .

d) Góc giữa đường thẳng Δ và mp (α) (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ) bằng 6° .

Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho $M(1; -3; 4)$, đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 2 = 0$.

a) Đường thẳng d song song với mặt phẳng (P)

b) Đường thẳng Δ đi qua M và vuông góc với (P) có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = 2 + 4t \end{cases}$$

c) Gọi α là góc giữa d và mặt phẳng (P) khi đó $\sin \alpha = \frac{5\sqrt{6}}{18}$

d) Hình chiếu vuông góc của đường thẳng d lên mặt phẳng (P) có phương trình $d': \frac{x}{14} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{8}$.

Câu 16. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{-1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 2025 = 0$. Các mệnh đề sau đây là đúng hay sai?

a) Gọi $\vec{u}$ và $\vec{n}$ lần lượt là vec tơ chỉ phương và vec tơ pháp tuyến của Δ và (P) . Khi đó $\vec{u} \cdot \vec{n} = 0$

b) Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua $A(1; -2; 3)$ và song song với mặt phẳng (P) là $(Q): x + 2y - z - 6 = 0$

c) Đường thẳng Δ' vuông góc với Δ và song song với mặt phẳng (Oxy) có vector chỉ phương là $\vec{u}_2 = (3; -3; 2)$.

d) Đường thẳng d_2 vuông góc với (P) tạo với $(Q): x + my - 3 = 0$ một góc 30° . Khi đó tổng tất cả các giá trị của tham số m bằng $\frac{-16}{5}$.

Câu 17. Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(1; 0; 2)$, $B(-3; 4; 2)$ và mặt phẳng (P) có phương trình: $2x - y + 2z + 3 = 0$.

a) Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (2; -1; 2)$.

b) Tâm của mặt cầu đường kính AB là $I(-2; 2; 0)$

c) Đường thẳng Δ đi qua hai điểm A, B có phương trình tham số là:
$$\begin{cases} x = -3 - t \\ y = t \\ z = 2 \end{cases}$$

d) Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) bằng 45° .

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;1;1)$, $B(2;1;0)$, $C(1;-1;2)$.

a) Đường thẳng AC có một vec tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AC} = (0;0;3)$

b) Đường thẳng AC có phương trình chính tắc là:
$$\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + 2t \\ z = 2 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$$

c) Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là $x + 2y - 2z + 1 = 0$

d) Mặt phẳng đi qua ba điểm A; B; C có phương trình là $2x - 5y - 6z + 9 = 0$

Câu 19. Cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2024}{2} = \frac{y+2025}{3} = \frac{z+2026}{6}$ và mặt phẳng (P): $x - 2y - 2z + 1 = 0$. Gọi α là góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P).

a) Vector $\vec{u} = (2024; 2025; 2026)$ là một vector chỉ phương của đường thẳng Δ .

b) Điểm $M = (-2024; -2025; -2026)$ là một điểm chung của Δ và (P).

c) Với $\vec{u}, \vec{n}$ lần lượt là một vector chỉ phương, vector pháp tuyến của Δ và (P). Ta có

$$\sin \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|}$$

d) Góc $\alpha \approx 50^\circ$ (làm tròn đến hàng đơn vị của độ).

Câu 20. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-2;2)$, $B(-1;1;-1)$ và $C(-3;1;0)$.

a) Mặt cầu tâm A bán kính $R = 3$ có phương trình là: $(x-2)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 3$.

b) Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng BC có phương trình là $2x - z + 2 = 0$.

c) Đường thẳng đi qua hai điểm A và B có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -2 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$$

d) Biết rằng tập hợp các điểm M thỏa mãn $\frac{MA}{MB} = 2$ là mặt cầu (S). Gọi (Q) là mặt phẳng qua điểm C và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Khi đó, mặt phẳng (Q) đi qua điểm $D(-1;-1;0)$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-2;4)$, $B(-3;3;-1)$, $C(-1;-1;-1)$ và mặt phẳng (P): $2x - y + 2z + 8 = 0$

a) Điểm A không thuộc mp (P)

b) Đường thẳng BC có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;-2;0)$

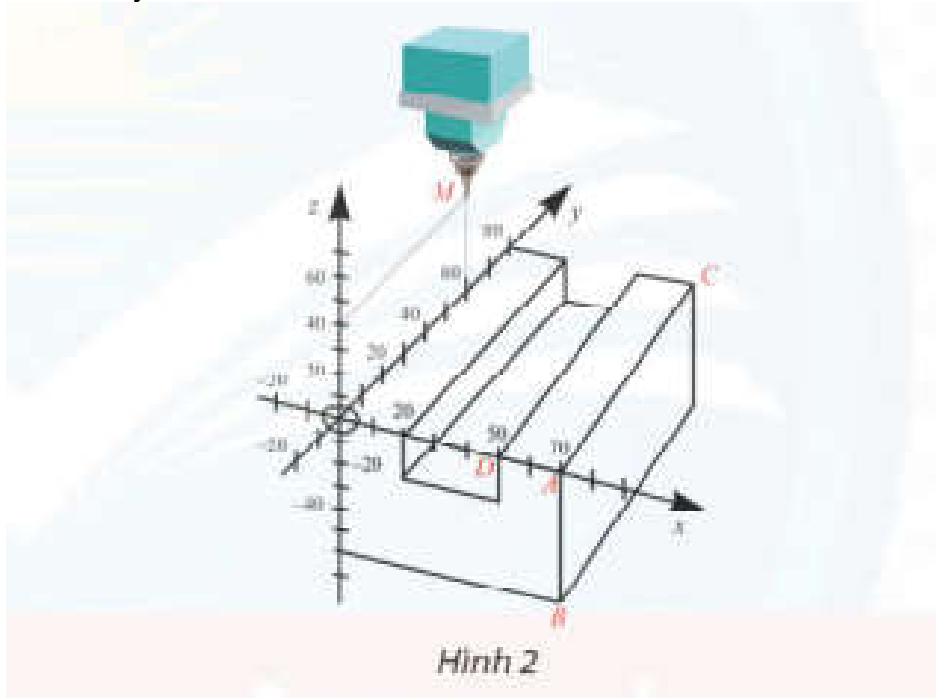
c) Giao điểm của đường thẳng BC và mp (P) là $H(-9;3;-1)$

d) Với điểm M thay đổi trên (P), giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = 2MA^2 + MB^2 - MC^2$ là 105

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho các đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$, và mặt phẳng (P): $x + 3y - 2z + 16 = 0$. Các khẳng định sau đúng hay sai?

- a) Vector chỉ phương của đường thẳng Δ là $\vec{a} = (1; -3; 4)$.
- b) Đường thẳng d_1 vuông góc với (P) có vector chỉ phương là $\vec{u} = (1; 3; -2)$
- c) Đường thẳng Δ cắt mặt phẳng (P) tại điểm có hoành độ bằng 2.
- d) Đường thẳng d_2 qua $A(1; -1; 2)$, cắt và vuông góc với trục Oz có vector chỉ phương là $\vec{u}_3 = (-1; -1; 0)$.

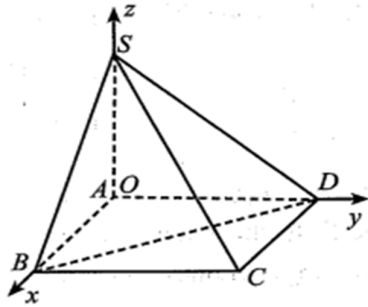
Câu 23. Phần mềm của máy tiện kỹ thuật số CNC (Computer Numerical Control) đang biểu diễn một chi tiết máy như Hình 2.



Hình 2

- a) Véc tơ pháp tuyến của (ACD) là $\vec{k} = (0; 1; 1)$.
- b) Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $y - 70 = 0$
- c) Phương trình tham số của đường thẳng AC là:
$$\begin{cases} x = 70 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$$
- d) Cho biết đầu mũi tiện đang đặt tại điểm $M(0; 60; 40)$. Phương trình mặt cầu tâm M và tiếp xúc với mặt phẳng (ABC) là: $x^2 + (y - 60)^2 + (z - 40)^2 = 490$.
- Câu 24.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 9$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?
- a) Mặt cầu (S) có tâm là điểm $I(0; 1; -2)$ và có bán kính $R = 3$
- b) Điểm $A(3; 1; 0)$ nằm trên mặt cầu (S) .
- c) Tâm mặt cầu (S) cách mặt phẳng (Oyz) một khoảng bằng 2.
- d) Khi mặt phẳng $(P): x + my - z - 2 = 0$ cắt mặt cầu (S) theo đường tròn có bán kính bằng 3 thì giá trị $m = 2$.

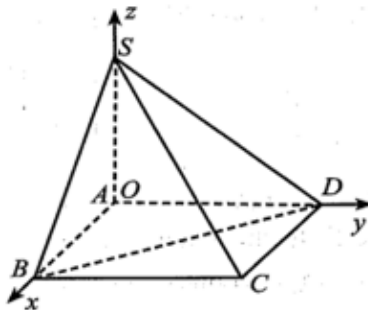
Câu 25. Trong không gian $Oxyz$ cho hình chóp $S.ABCD$ có $S(0;0;3,5)$, $ABCD$ là hình chữ nhật với $A(0;0;0)$, $B(4;0;0)$, $D(0;10;0)$ (Hình vẽ).



Hình 4

- a) Tọa độ điểm $C(4;10;0)$.
- b) Tọa độ của vector $\overrightarrow{SC}$ là $(4;10;-3,5)$.
- c) Phương trình mặt phẳng (SBD) là $\frac{x}{4} + \frac{y}{10} + \frac{z}{3,5} = 1$.
- d) Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SBD) (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) là 20° .

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$ cho hình chóp $S.ABCD$ có $S(0;0;3,5)$, $ABCD$ là hình chữ nhật với $A(0;0;0)$, $B(4;0;0)$, $D(0;10;0)$ (Hình 4).



- a) Tọa độ điểm $C(4;10;0)$.
- b) Phương trình mặt phẳng (SBD) là $\frac{x}{4} + \frac{y}{10} + \frac{z}{3,5} = 1$.
- c) Tọa độ của vector $\overrightarrow{SC}$ là $(4;10;-3,5)$.
- d) Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SBD) (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) là 20° .

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(0;1;-6)$ và mặt phẳng $(P): 4x - y + 2z + 13 = 0$.

- a) Mặt phẳng (P) đi qua điểm A .
- b) Đường thẳng Δ đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$$
.
- c) Điểm $C(-3;3;1)$ là giao điểm của đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) .

- d)** Gọi d là một đường thẳng nằm trong (P) và d đi qua B sao cho khoảng cách từ A đến d đạt giá trị nhỏ nhất. Một vectơ chỉ phương của d có tọa độ là $(a;b;c)$ với a là số nguyên tố. Giá trị của $a+b+c$ bằng 6.
- Câu 28.** Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{5} = \frac{y-1}{12} = \frac{z-6}{-13}$ và mặt phẳng $(P): x-2y-2z-2025=0$.
- a)** Vectơ có tọa độ $(2;1;6)$ là một vectơ chỉ phương của Δ .
- b)** Vectơ có tọa độ $(1;2;-2)$ là một vectơ pháp tuyến của (P) .
- c)** Côsin của góc giữa hai vectơ $\vec{u}=(5;12;-13)$ và $\vec{n}=(1;-2;-2)$ bằng $\frac{7}{39\sqrt{2}}$.
- d)** Góc giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) (làm tròn đến hàng đơn vị của độ) bằng 83° .
- Câu 29.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn vé tinh $A(0;4;5)$, $B(0;5;4)$, $C(1;3;3)$, $D(1;-1;3)$. Điểm $M(a;b;c)$ trong không gian, biết khoảng cách từ các vé tinh đến điểm M lần lượt là $AM=5$, $BM=5$, $CM=3$, $DM=3$.
- a)** $a^2+(b-4)^2+(c-5)^2=a^2+(b-5)^2+(c-4)^2=25$.
- b)** $(a-1)^2+(b-3)^2+(c-3)^2=(a-1)^2+(b+1)^2+(c-3)^2=9$.
- c)** $b=c$.
- d)** $M(1;1;1)$.
- Câu 30.** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;2;0), B(0;0;2)$ và mặt phẳng $(\alpha): x-2y+2z-3=0$.
- a)** Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n}(1;2;-2)$.
- b)** Nếu $C(1;2;3); D(3;3;3)$ thì $CD \parallel (\alpha)$.
- c)** Khoảng cách từ A đến (α) là $d(A, (\alpha)) = \frac{7}{3}$.
- d)** Gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và tạo với mặt phẳng (Oxz) một góc 60° , mặt phẳng (P) đi qua $N(-1;1;1)$.
- Câu 31.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-3;5), B(-3;7;1), C(5;-1;17)$.
- a)** Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là $(-2;4;6)$.
- b)** Ba điểm O, A, B thẳng hàng.
- c)** Tam giác ABC là tam giác tù.
- d)** Không có điểm M nào thuộc mặt phẳng (Oxz) để tam giác MBC đều.
- Câu 32.** Nhiều người đã biết đến Elon Musk - CEO của Tesla với dự án mang tên Hyperloop. Đây là một giải pháp giao thông của tương lai khi nó sẽ giúp vận chuyển người và hàng hóa bằng một đường ống chân không với tốc độ tương đương một chiếc máy bay.

Tuy nhiên, Elon Musk không phải là người duy nhất có tham vọng muốn thay đổi cách tham gia giao thông của loài người. Đối thủ cạnh tranh trực tiếp với Hyperloop là Skyway - một công ty có trụ sở đặt tại Belarus. Đứng đầu Skyway là Anatoli Yunitski - một nhà phát minh, tác giả của hơn 200 công trình khoa học và 150 phát minh sáng chế. Mới đây, Anatoli Yunitski đã xuất hiện tại Việt Nam để giới thiệu về công nghệ vận tải đường ray dây Unitski (Unitski Rail -

String Transport - UST). Điểm khác biệt của vận tải đường ray dây nằm ở việc thay vì được đặt trên mặt đất, các đường ray sẽ được thiết kế đặc biệt để có thể treo trên không. Bám vào hệ thống đường ray này là các cabin chạy bằng bánh sắt. Công nghệ này hiện đã triển khai tại Belarus. Mới đây, một thỏa thuận xây dựng 15km đường ray dây đã được SkyWay ký kết với Các tiểu vương quốc Ả rập Thống nhất (UAE). (Theo Vietnamnet.vn)



Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin Unitski xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -2; 1)$ (hướng chuyển động cùng chiều với hướng véc tơ $\vec{u}$ với tốc độ là $4,5$ (m/s); (đơn vị trên mỗi trục là mét).

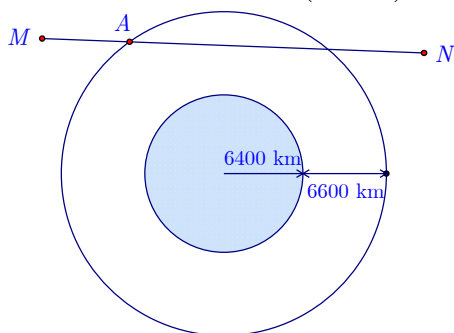
a) Phương trình tham số của đường thẳng chứa đường cáp là:
$$\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).$$

b) Giả sử sau thời gian t (s) kể từ khi xuất phát ($t \geq 0$), cabin đến điểm M . Khi đó tọa độ điểm M là $\left(3t + 10; -3t + 3; \frac{3t}{2} \right), t \in \mathbb{R}$.

c) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$, khi đó quãng đường $AB = 800m$.

d) Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc 30° .

Câu 33. Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140 m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7 500 000 km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, người ta đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 6 600 km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6 400 km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian có gốc O tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 1000 km. Một thiên thạch (coi như một hạt) chuyển động với tốc độ không đổi theo một đường thẳng từ điểm $M(6;20;0)$ đến điểm $N(-6;-12;16)$.



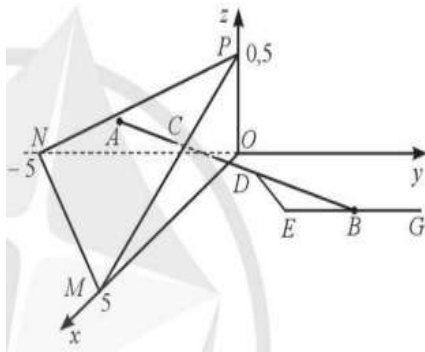
a) Đường thẳng MN có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 6 + 3t \\ y = 20 + 8t \\ z = -4t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

b) Vị trí đầu tiên thiên thạch di chuyển vào phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là điểm $A(-3; -4; 12)$

c) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 18 900 km (kết quả làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị ki-lô-mét).

d) Nếu thời gian di chuyển của thiên thạch trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 3 phút thì thời gian nó di chuyển từ M đến N là 6 phút.

Câu 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là kilômét), một máy bay đang ở vị trí $A(3,5; -2; 0,4)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B(3,5; 5,5; 0)$ trên đường băng EG (Hình vẽ)



a) Đường thẳng AB có phương trình tham số là
$$\begin{cases} x = 3,5 \\ y = -2 + 7,5t \\ z = 0,4 - 0,4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$$

b) Khi máy bay ở vị trí $D(3,5; 3,25; 0,12)$ thì máy bay cách mặt đất 120 m.

c) Có một lớp mây được mô phỏng bởi một mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(5; 0; 0), N(0; -5; 0), P(0; 0; 0,5)$. Vị trí mà máy bay xuyên qua đám mây để hạ cánh là $C(\frac{7}{2}; \frac{47}{44}; \frac{13}{55})$.

d) Theo quy định an toàn bay, người phi công phải nhìn thấy điểm đầu $E(3,5; 4,5; 0)$ của đường băng ở độ cao tối thiểu là 120 m. Nếu sau khi ra khỏi đám mây tầm nhìn của người phi công là 900 m thì người phi công đã không đạt được quy định an toàn bay.

(Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014).

Câu 35. Một máy bay di chuyển từ sân bay A với tọa độ $A(0;0;0)$ đến sân bay B tại tọa độ $B(760;120;10)$ (đơn vị tính là km). Trên hành trình, máy bay sẽ đi qua vùng kiểm soát không lưu trung gian có bán kính 100 km, với tâm trạm kiểm soát đặt tại tọa độ $O(380;60;0)$. Máy bay bay với vận tốc không đổi, hoàn thành quãng đường trong 1 giờ 25 phút (85 phút).

a) Phương trình tham số của đường bay từ A đến B được cho bởi:
$$\begin{cases} x = 760t \\ y = 120t \\ z = 10t \end{cases}, t \in [0; 1,42]$$

(Tham số t biểu diễn thời gian bay được tính theo giờ)

b) Máy bay đi vào phạm vi kiểm soát không lưu (bán kính 100 km, tâm tại $O(380;60;0)$) tại thời điểm $t = 0,5$.

c) Quãng đường từ A đến B theo đường bay là 766 km.

d) Nếu máy bay bay trong vùng kiểm soát trong 15 phút (0.25 giờ), nó sẽ bay đúng $\frac{1}{6}$ quãng đường từ lúc vào đến khi ra khỏi vùng này.

Câu 36. Một máy bay đang di chuyển về phía sân bay. Tại thời điểm hiện tại, vị trí của máy bay là $B(150;150;5000)$ (trong đó 5000m là độ cao của máy bay so với mặt đất). Máy bay đang di chuyển thẳng tới sân bay với vận tốc 700km/h. Sân bay có tọa độ $C(0;0;0)$ và máy bay đang tiến dần đến vị trí hạ cánh tại sân bay.

a) Phương trình tham số của đường thẳng mà máy bay di chuyển theo là
$$\begin{cases} x = 150 - 150t \\ y = 150 - 150t \\ z = 5000 - 5000t \end{cases}$$

b) Khoảng cách từ vị trí hiện tại của máy bay $B(150;150;5000)$ đến sân bay $C(0;0;0)$ là $\sqrt{15250000} \approx 3905,6\text{km}$

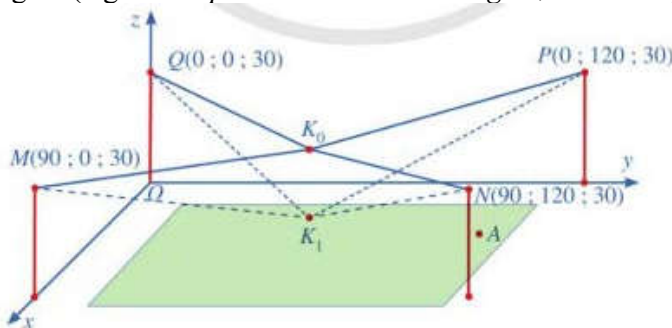
c) Với vận tốc của máy bay là 700km/h, thời gian để máy bay hạ cánh là khoảng 5,5 giờ.

d) Nếu hệ thống kiểm soát không lưu yêu cầu liên lạc với máy bay khi nó còn cách sân bay 40km thì khi máy bay ở vị trí $(6;6;200)$ nó còn cách sân bay là 40km.

PHẦN 3. TRẢ LỜI NGẮN

Câu 1. Người ta cần lắp một camera phía trên sân bóng để phát sóng truyền hình một trận bóng đá, camera có thể di động để luôn thu được hình ảnh rõ nét về diễn biến trên sân. Các kĩ sư dự định trồng bốn chiếc cột cao 30 m và sử dụng hệ thống cáp gắn vào bốn đầu cột để giữ camera ở vị trí mong muốn. Mô hình thiết kế được xây dựng như sau:

Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1m), các đỉnh của bốn chiếc cột lần lượt là các điểm $M(90;0;30)$, $N(90;120;30)$, $P(0;120;30)$, $Q(0;0;30)$ (Hình 34). Giả sử K_0 là vị trí ban đầu của camera có cao độ bằng 25 và $K_0M = K_0N = K_0P = K_0Q$. Để theo dõi quả bóng đến vị trí A , camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng xuống điểm K_1 có cao độ bằng 19 (Nguồn: <https://www.abiturloesung.de>; Abitur Bayern 2016 Geometrie VI).



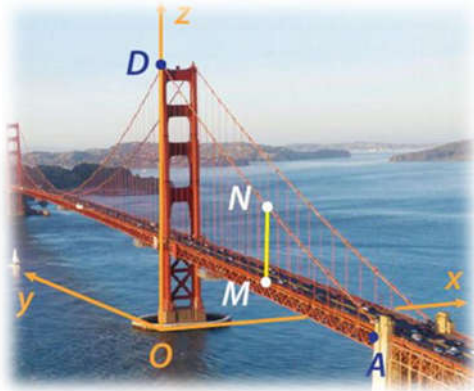
Hình 34

Biết rằng vectơ $\overrightarrow{K_0K_1}$ có tọa độ là $(a;b;c)$; $a, b, c \in \mathbb{R}$. Khi đó $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

Câu 2. Ba chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông $40(\text{km})$ và về phía Nam $60(\text{km})$, đồng thời cách mặt đất $3(\text{km})$. Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc $90(\text{km})$ và về phía Tây $50(\text{km})$, đồng thời cách mặt đất $6(\text{km})$. Chiếc máy bay thứ ba đang trong quá trình bay thì đột ngột mất tín hiệu, biết rằng lần cuối (trước khi mất tín hiệu) máy bay thứ nhất xác định được khoảng cách giữa máy bay thứ nhất và máy bay thứ ba là $2\sqrt{3401}(\text{km})$ và máy bay thứ ba nằm giữa máy bay thứ nhất và thứ hai, đồng thời ba chiếc máy bay này thẳng hàng. Em hãy xác định khoảng cách từ vị trí xuất phát đến lúc máy bay số ba mất tín hiệu.



- Câu 3.** Cầu Cổng Vàng (The Golden Gate Bridge) ở Mỹ. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ với O là bộ của chân cột trụ tại mặt nước, trục Oz trùng với cột trụ, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước và xem như trục Oy cùng phương với cầu như hình vẽ. Dây cáp AD (xem như là một đoạn thẳng) đi qua đỉnh D thuộc trục Oz và điểm A thuộc mặt phẳng Oyz , trong đó điểm D là đỉnh cột trụ cách mặt nước $227m$, điểm A cách mặt nước $75m$ và cách trục Oz $343m$.

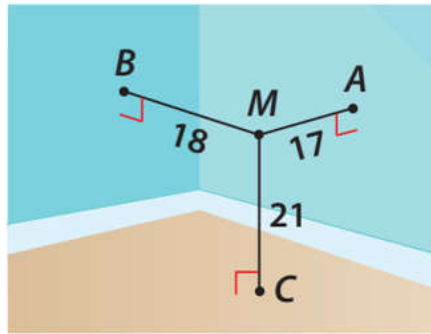
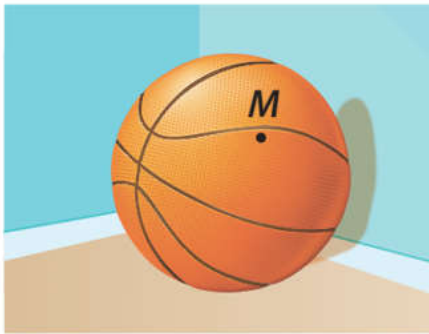


Giả sử ta dùng một đoạn dây nối điểm N trên dây cáp AD và điểm M trên thành cầu, biết M cách mặt nước $75m$ và MN song song với cột trụ. Tính độ dài MN , biết điểm M cách trục Oz một khoảng bằng $230m$ (Làm tròn đến hàng phần chục).

- Câu 4.** Trong không gian $Oxyz$, một cabin cáp treo ở Bà Nà Hill xuất phát từ điểm $A(-2;1;5)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vector chỉ phương là $\vec{u} = (0; -2; 6)$ với tốc độ là 4 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Giả sử sau 5 (s) kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm M . Gọi tọa độ $M(a;b;c)$. Tính $a+3b+c$.



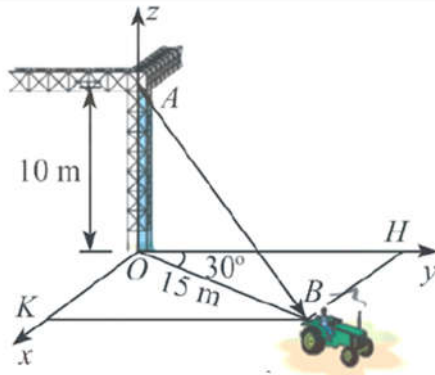
- Câu 5.** Một quả bóng rổ được đặt ở một góc của căn phòng hình hộp chữ nhật, sao cho quả bóng chạm và tiếp xúc với hai bức tường và nền nhà của căn phòng đó thì có một điểm trên quả bóng có khoảng cách lần lượt đến hai bức tường và nền nhà là 17 cm , 18 cm , 21 cm (tham khảo hình minh họa). Hỏi độ dài đường kính của quả bóng bằng bao nhiêu cm biết rằng quả bóng rổ tiêu chuẩn có đường kính từ 23 cm đến $24,5 \text{ cm}$? Kết quả là tròn đến một chữ số thập phân.



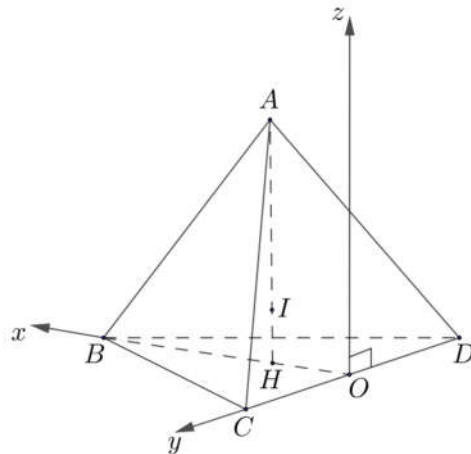
- Câu 6.** Trong không gian $Oxyz$, một viên đạn được bắn ra từ điểm $A(3;4;2)$ và trong 4 giây, đầu đạn đi với vận tốc không đổi, vectơ vận tốc (trên giây) là $\vec{v} = (4;5;1)$. Biết viên đạn trúng mục tiêu tại điểm $M(13;b;c)$, tính $b+2c$.
- Câu 7.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O(0;0;0)$, mỗi đơn vị trên một trục ứng với 1 km. Máy bay bay trong phạm vi cách đài kiểm soát 417 km sẽ hiển thị trên màn hình radar. Một máy bay đang ở vị trí $A(-688;-185;8)$, chuyển động theo đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (91;75;0)$ và theo hướng về đài không lưu. $E(a;b;c)$ là vị trí sớm nhất mà máy bay xuất hiện trên màn hình. Tính $T = a+b+c$.
- Câu 8.** Từ mặt nước trong một bể nước, tại ba vị trí đôi một cách nhau 2 m, người ta lần lượt thả dây dọi để quả dọi chạm đáy bể. Phần dây dọi (thẳng) nằm trong nước tại ba vị trí đó lần lượt có độ dài 4 m; 4,4 m; 4,8 m. Biết đáy bể là phẳng. Hỏi đáy bể nghiêng so với mặt phẳng nằm ngang một góc bao nhiêu độ (làm tròn đến hàng phần chục)?
- Câu 9.** Hai chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Bắc 20(km) và về phía Tây 10(km), đồng thời cách mặt đất 0,7(km). Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Đông 30(km) và về phía Nam 25(km), đồng thời cách mặt đất 1(km). Hỏi hai chiếc máy bay cách nhau bao nhiêu km (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



- Câu 10.** Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng 1m. Tìm được tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB} = (a;b;c)$, khi đó $a+c$



Câu 11. Trong không gian $Oxyz$ cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 6. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.



Phương trình mặt cầu nội tiếp tứ diện có dạng $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$. Hãy tính giá trị của biểu thức $P = a^2 + b^2 + c^2 + R^2$.

Câu 12. Trong không gian với một hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị trên các trục tính bằng kilomet), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800;500;7)$ bay thẳng đến điểm $B(940;550;8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 5 phút tiếp theo, khoảng cách từ máy bay đến gốc tọa độ O bằng bao nhiêu kilomet? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;2;0), B(2;0;-2)$ và điểm $M(a,b,c)$ với a, b, c là các số thực thay đổi thỏa mãn $a + 2b - c - 1 = 0$. Biết $MA = MB$ và góc $\widehat{AMB}$ có số đo lớn nhất. Tính $S = a + 2b + 3c$. (làm tròn đến đơn vị phần chục)

Câu 14. Hai chiếc khinh khí cầu cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc khinh khí cầu thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông $100(km)$ và về phía Nam $80(km)$, đồng thời cách mặt đất $1(km)$. Chiếc khinh khí cầu thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc $70(km)$ và về phía Tây $60(km)$, đồng thời cách mặt đất $0,8(km)$. Xác định khoảng cách giữa chiếc khinh khí cầu thứ nhất và chiếc khinh khí cầu thứ hai (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

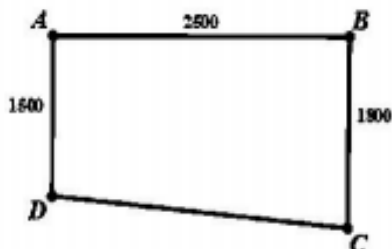
Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$,

$$d_2: \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = -t \end{cases}. \text{ Mặt phẳng } (P) \text{ qua } d_1 \text{ tạo với } d_2 \text{ một góc } 45^\circ \text{ và nhận vectơ } \vec{n} = (1; b; c) \text{ làm}$$

một vectơ pháp tuyến. Xác định tích bc .

Câu 16. Trong một phòng học được thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài $8m$, chiều rộng $6m$ và chiều cao $3m$. Hai bạn An và Bình làm nhiệm vụ trực nhật, mạng nhện cần quét ở góc ngoài cùng trên trần nhà, An bảo không nên đứng ngay vị trí đó ở nền nhà quét vì sẽ bụi rơi xuống người mình, An lại dỗ bạn Bình ‘nếu mình đứng ở giữa nhà quét thì mình phải kéo chổi quét nhà dài ra mấy mét (làm tròn đến hàng phần trăm) để quét được vị trí mạng nhện, biết An cầm chổi cao $1,5m$. Bình trả lời đứng vị trí đó chổi dài $5m$ cũng không tới. Hỏi Bình đã tính được bao nhiêu?

Câu 17. Một phần sân trường được định vị bởi các điểm A, B, C, D như hình vẽ.

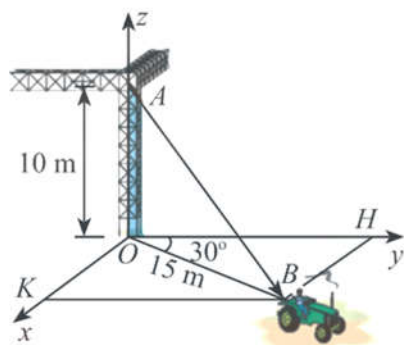


Bước đầu chúng được lấy “thăng bằng” để có cùng độ cao, biết $ABCD$ là hình thang vuông ở A và B với độ dài $AB = 25m$, $AD = 15m$, $BC = 18m$. Do yêu cầu kỹ thuật, khi lát phẳng phần sân trường phải thoát nước về góc sân ở C nên người ta lấy độ cao ở các điểm B, C, D xuống thấp hơn so với độ cao ở A là $10cm$, $a cm$, $6cm$ tương ứng. Tìm giá trị của a .

Câu 18. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát $2,5 km$ về phía nam và $2 km$ về phía đông, đồng thời cách mặt đất $0,8 km$. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát $1,5 km$ về phía bắc và $3 km$ về phía tây, đồng thời cách mặt đất $0,6 km$. Người ta cần tìm một vị trí trên mặt đất để tiếp nhiên liệu cho hai khinh khí cầu sao cho tổng khoảng cách từ vị trí đó tới hai khinh khí cầu nhỏ nhất. Giả sử vị trí cần tìm cách địa điểm hai khinh khí cầu bay lên là $a km$ theo hướng nam và $b km$ theo hướng tây. Tính tổng $2a + 3b$.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 1 = 0$ với $c < 0$ đi qua hai điểm $A(0;1;0)$, $B(1;0;0)$ và tạo với mặt phẳng (yOz) một góc 60° . Tính giá trị $a + b + c$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

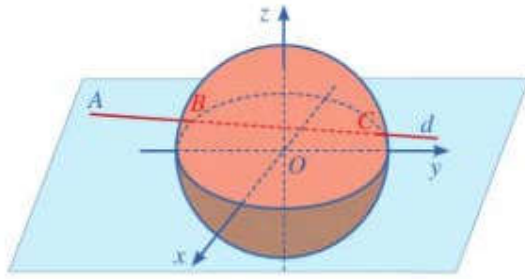
Câu 20. Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ dưới với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng $1m$. Tìm được tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB} = (a; b; c)$. Tính $a + c$.



Câu 21. Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là kilômét), đài kiểm soát không lưu của một sân bay ở vị trí $O(0;0;0)$ và được thiết kế phát hiện máy bay ở khoảng cách tối đa.

Một máy bay đang chuyển động với vận tốc $900 km/h$ theo đường thẳng d có phương trình

$$\begin{cases} x = -1000 + 100t \\ y = -300 + 80t \\ z = 100\sqrt{11} \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}) \text{ và hướng về đài kiểm soát không lưu (như hình vẽ).}$$



Thời gian kể từ khi đài kiểm soát không lưu phát hiện máy bay đến khi máy ra khỏi vùng kiểm soát

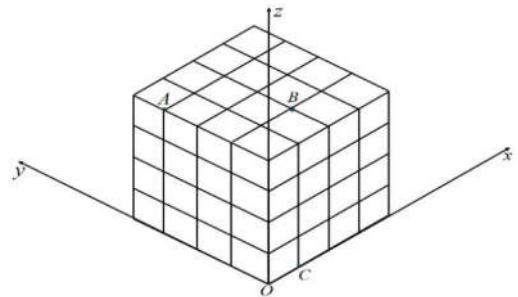
không lưu là bao nhiêu giờ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 22. Trong hệ trục $Oxyz$ cho trước (đơn vị trên trục là mét), cho một trạm thu phát sóng 5G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng 600m được đặt ở vị trí $I(200;450;60)$. Tìm giá trị lớn nhất của m (làm tròn đến hàng đơn vị) để một người dùng điện thoại ở vị trí $A(m+100;m+370;0)$ có thể sử dụng dịch vụ của trạm nói trên.

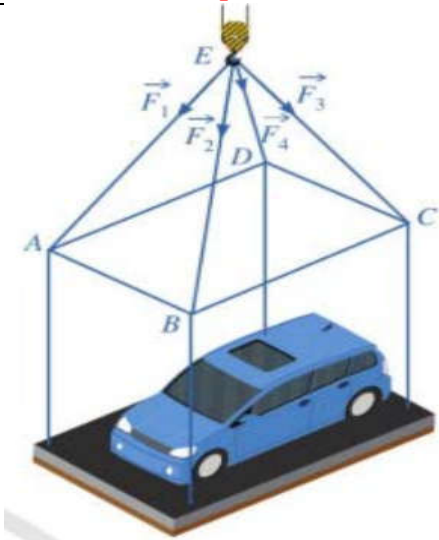
Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + \frac{9}{2} = 0$ và hai điểm $A(0;2;0)$, $B(2;-6;-2)$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc (S) thỏa mãn $\overline{MA} \cdot \overline{MB}$ có giá trị nhỏ nhất. Tổng $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

Câu 24. Một nguồn âm phát ra sóng âm là sóng cầu. Khi gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét). Cường độ âm chuẩn tại điểm $I(3;4;5)$ là tâm của nguồn phát âm với bán kính 10 m. Để kiểm tra một điểm ở vị trí $M(7;10;17)$ có nhận được cường độ phát ra tại I hay không người ta sẽ tính khoảng cách giữa hai vị trí I và M . Hỏi khoảng cách giữa hai vị trí I và M là bao nhiêu mét?

Câu 25. Một khối Rubik 4×4 được gắn với hệ tọa độ $Oxyz$ có đơn vị trên mỗi trục bằng độ dài cạnh hình lập phương nhỏ (hình vẽ bên). Ba điểm A, B, C nằm ở góc các hình lập phương nhỏ như hình vẽ. Xét mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm A, B, C . Góc giữa hai mặt phẳng (P) và (Oxy) bằng bao nhiêu độ (làm tròn đến hàng phần trăm)?



Câu 26. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 45° . Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết trọng lượng chiếc xe ô tô là $4000N$ và trọng lượng khung sắt là $2000N$; cường độ các lực căng $\overline{F_1}, \overline{F_2}, \overline{F_3}, \overline{F_4}$ là bằng nhau. Cường độ lực căng $\overline{F_1}$ là mN , tính m (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 27. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 6z - 13 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-1}{1}$. Điểm $M(a; b; c), (a > 0)$ nằm trên đường thẳng d sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) (A, B, C là các tiếp điểm) và $\widehat{AMB} = 60^\circ, \widehat{BMC} = 90^\circ, \widehat{CMA} = 120^\circ$. Tính $9(a^3 + b^3 + c^3)$.

Câu 28. Ở một số vùng quê ở Việt Nam, trước mỗi nhà thường có một khoảng sân rộng để phơi lúa vào mùa gặt và cũng là nơi để tổ chức một số sự kiện: đám cưới, đám hỏi, thổi nôi,... Bác An tính xây một sân trước cửa nhà hình chữ nhật $ABCD$ có độ dài các cạnh lần lượt là $AB = 5$ m và $AD = 12$ m. Để tiện cho việc thoát nước khi trời mưa và khi rửa sân nên bác An xây vị trí B thấp hơn vị trí A là 5 cm, vị trí D thấp hơn vị trí A là 8 cm. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ để xác định xem vị trí C thấp hơn vị trí A bao nhiêu centimet?



Câu 29. Khi đặt hệ tọa độ $Oxyz$ vào không gian với đơn vị trên trục tính theo kilômét, người ta thấy rằng một không gian phủ sóng điện thoại có dạng một hình cầu (S) (tập hợp những điểm nằm trong và nằm trên mặt cầu tương ứng). Biết mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Khoảng cách xa nhất giữa hai điểm thuộc vùng phủ sóng là bao nhiêu kilômét?

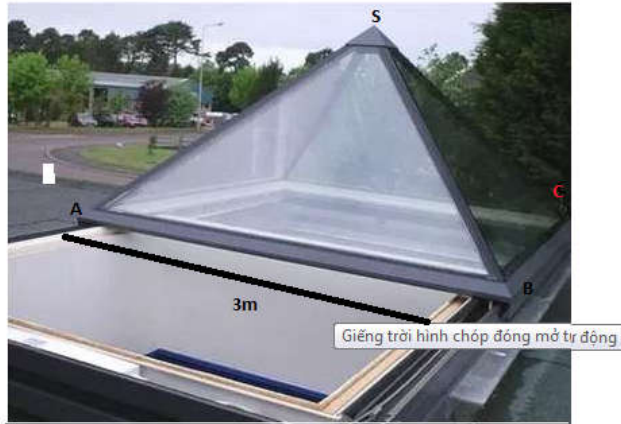
Câu 30. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): y - 1 = 0$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 - t \\ z = 1 \end{cases}$ và hai điểm

$A(-1; -3; 11), B\left(\frac{1}{2}; 0; 8\right)$. Hai điểm M, N thuộc mặt phẳng (P) sao cho $d(M, d) = 2$ và

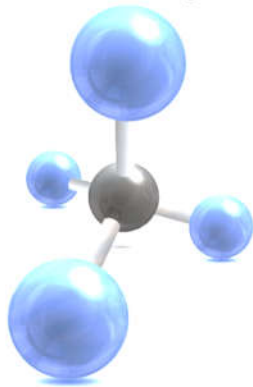
$NA = 2NB$. Tìm giá trị nhỏ nhất của đoạn MN ?

Câu 31. Ông An thiết kế một mái che giếng trời hình chóp di động để có thể tùy thích lấy ánh sáng cho ngôi nhà của mình. Biết rằng đáy của hình chóp là hình chữ nhật có độ dài 2 cạnh đáy là 3m và

$4m$ và độ cao của giếng trời là $2m$ (hình vẽ minh họa). Hỏi hai mặt bên kề nhau tạo với nhau góc bao nhiêu độ (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



- Câu 32.** Cho biết bốn đoạn thẳng nối từ một đỉnh của tứ diện đến trọng tâm mặt đối diện luôn cắt nhau tại một điểm gọi là trọng tâm của tứ diện đó. Một phân tử metan CH_4 được cấu tạo bởi bốn nguyên tử hydrogen ở các đỉnh của một tứ diện đều và một nguyên tử carbon ở trọng tâm của tứ diện. Góc liên kết là góc tạo bởi liên kết $H-C-H$ là góc giữa các đường nối nguyên tử carbon với hai trong số các nguyên tử hydrogen. Tìm độ lớn góc liên kết này.



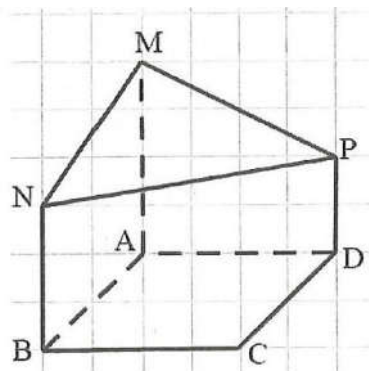
- Câu 33.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $x^2 + y^2 + z^2 + 2mx - 2(m-1)y + m - 2 = 0$ là phương trình của mặt cầu (S_m) . Biết với mọi số thực m thì (S_m) luôn chứa một đường tròn cố định. Tìm bán kính r của đường tròn đó (làm tròn đến hàng phần chục).
- Câu 34.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; -2; -1)$, $B(-3; -1; 2)$, $C(3; 2; 1)$ và $D(-2; 1; 3)$. Gọi M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (Oxz) . Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = MA^2 - 2MB^2 - MC^2 + MD$ bằng bao nhiêu?
- Câu 35.** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; 2; 0)$, $B(2; 0; -2)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 1 = 0$. Xét điểm $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MA = MB$ và số đo góc $\widehat{AMB}$ lớn nhất. Khi đó giá trị $a + b + c$ (làm tròn đến hàng phần trăm) bằng bao nhiêu?
- Câu 36.** Trong một khung lưới ô vuông gồm các hình lập phương, xét các đường thẳng đi qua hai nút lưới (mỗi nút lưới là đỉnh của hình lập phương), người ta đưa ra một cách kiểm tra độ lệch về phương của hai đường thẳng bằng cách gắn hệ tọa độ $Oxyz$ vào khung lưới ô vuông và tìm vector chỉ phương của hai đường thẳng đó. Giả sử, đường thẳng a đi qua hai nút lưới $M(1; 1; 2)$ và $N(0; 3; 0)$, đường thẳng b đi qua hai nút lưới $P(1; 0; 3)$ và $Q(3; 3; 9)$. Sau khi làm tròn đến hàng đơn vị của độ thì góc giữa hai đường thẳng a và b bằng n° (n là số tự nhiên). Giá trị của n bằng bao nhiêu?

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Gọi D là chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC . Độ dài đoạn $AD = \frac{\sqrt{a}}{3}$, giá trị của a là?

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, xét đường thẳng Δ đi qua điểm $M(3;1;1)$, nằm trong mặt phẳng $(\alpha): x + y - z - 3 = 0$. Khi Δ tạo với đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 4 + 3t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$ một góc nhỏ nhất thì đường

thẳng Δ có một vector chỉ phương là $\vec{u}_{\Delta} = (5; b; c)$. Giá trị của $b + c$ bằng bao nhiêu?

Câu 39. Một phần thiết kế của một công trình đang xây dựng có dạng như hình bên, trong đó $ABCD$ là hình vuông cạnh $6m$, AM, BN, DP cùng vuông góc với $(ABCD)$, $AM = 4m$, $BN = 3m$, $DP = 2m$. Góc giữa hai mặt phẳng $(ABCD)$ và (MNP) (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của độ) là n° . Giá trị của n là bao nhiêu?



Câu 40. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị độ dài trên các trục là kilômét), một trạm thu phát sóng điện thoại di động có đầu thu đặt tại điểm $I(1;2;2)$ biết rằng bán kính phủ sóng của trạm là 3 km . Hai người sử dụng điện thoại lần lượt tại $M(4;-4;2)$ và $N(6;0;6)$. Gọi $E(a;b;c)$ là một điểm thuộc ranh giới vùng phủ sóng của trạm sao cho tổng khoảng cách từ E đến vị trí M và N lớn nhất. Tính $T = a + b + c$.

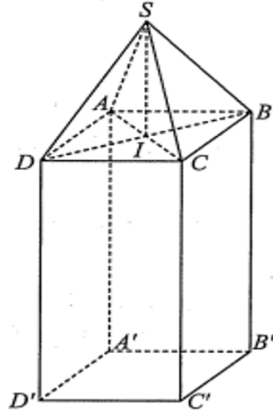
Câu 41. Chiếc máy bay A sau khi cất cánh, đạt độ cao nhất định và duy trì hướng bay về phía nam với tốc độ 800 km/h . Sau thời điểm đó nửa giờ và ở độ cao thấp hơn vị trí máy bay A 50 km , máy bay B cũng duy trì hướng bay về phía nam với tốc độ 920 km/h . Tìm thời gian máy bay B bay trong khoảng thời gian 6 giờ tính từ lúc máy bay B bay theo hướng nam để khoảng cách giữa hai máy bay A và B ngắn nhất (đơn vị: phút).

Câu 42. Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy bằng kilômét, radar phát hiện một máy bay chiến đấu X di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(1000;600;14)$ đến điểm N trong 30 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 30 phút tiếp theo là $Q(1400;800;16)$. Tính quãng đường máy bay đi được sau 30 phút kể từ lúc radar phát hiện (làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, một cabin cáp treo ở Bà Nà Hill xuất phát từ điểm $A(-2;1;5)$, chuyển động đều theo đường cáp và cùng hướng với $\vec{u} = (0;-2;6)$ với tốc độ là 4 m/s (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét). Sau 5 giây kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm M . Gọi tọa độ $M(a;b;c)$. Tính $a + 3b + c$.



- Câu 44.** Để chuẩn bị cho một buổi triển lãm quốc tế, các trang sức có giá trị lớn được đặt bảo mật trong các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và đặt lên phía trên một trụ hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông (như hình vẽ bên).

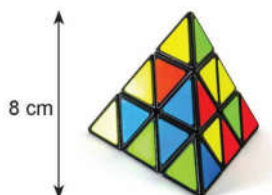


Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét) sao cho $A'(0;0;0)$, $A(0;0;1)$, $B\left(0;\frac{1}{2};1\right)$. Biết rằng, ban tổ chức sự kiện dự định dùng các tấm kính cường lực hình tam giác cân có cạnh bên là 60 cm để ráp lại thành khối chóp nói trên. Khi đó, tọa độ điểm S là $(a;b;c)$. Tính giá trị của $a + b + c$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

- Câu 45.** Ba chiếc Flycam cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc Flycam thứ nhất cách điểm xuất phát 100m về phía bắc và 200 m về phía tây, đồng thời cách mặt đất 50m. Chiếc Flycam thứ hai cách điểm xuất phát 300m về phía nam và 200 m về phía đông, đồng thời cách mặt đất 100m. Chiếc Flycam thứ ba cách điểm xuất phát 150m về phía đông và 100m về phía bắc, đồng thời cách mặt đất 50m. Vị trí của hai chiếc Flycam thứ nhất và thứ hai tạo với vị trí của chiếc thứ ba một góc bằng α . Hỏi góc α bằng bao nhiêu độ? (Làm tròn đến hàng phần chục).

- Câu 46.** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$, $C'(4;5;-5)$. Gọi điểm $I(a;b;c)$ là tâm của hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm giá trị của c .

- Câu 47.** Ta đã biết trọng tâm của tứ diện $ABCD$ là một điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{AI} = 3\overrightarrow{IG}$, ở đó G là trọng tâm của $\triangle BCD$. Áp dụng tính chất trên để tính khoảng cách từ trọng tâm của một khối rubik (đồng chất) hình tứ diện đều đến một mặt của nó, biết rằng chiều cao của khối rubik là 8 cm.



- Câu 48.** Trong không gian, xét hệ trục tọa độ $Oxyz$, có gốc O trùng với vị trí của một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển (được coi là mặt phẳng), với Ox hướng về phía tây,

Oy hướng về phía nam, Oz hướng lên trời. Đơn vị đo trong Oxyz tính theo km. Radar đặt tại giàn khoan phát hiện một tàu thám hiểm có vị trí cách giàn khoan 10 km về phía tây, 5 km về phía nam, và ở độ sâu cách mặt nước biển 4359m. Khoảng cách từ radar tới tàu thám hiểm tính theo đơn vị km làm tròn đến hàng đơn vị là

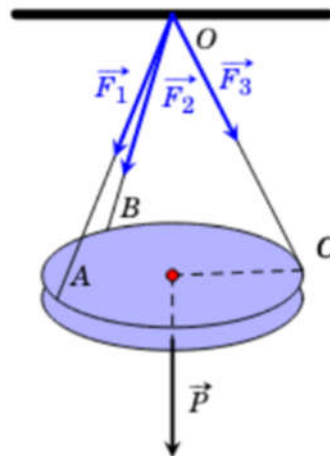


Câu 49. Trong không gian Oxy, cho tam giác ABC, biết $A(2;0;0), B(0;3;1), C(-3;6;4)$. Gọi M là điểm trên cạnh BC sao cho $MC = 2MB$. Khi đó độ dài của đoạn thẳng AM bằng bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 50. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M là điểm trên đoạn AC sao cho $AM = \frac{2}{3}AC$. Ta có

$$\overrightarrow{A'M} = x.\overrightarrow{AA'} + y.\overrightarrow{AB} + z.\overrightarrow{AD} \text{ khi đó } x + y + z = \frac{a}{b}, \frac{a}{b} \text{ tối giản. Tính } a + b?$$

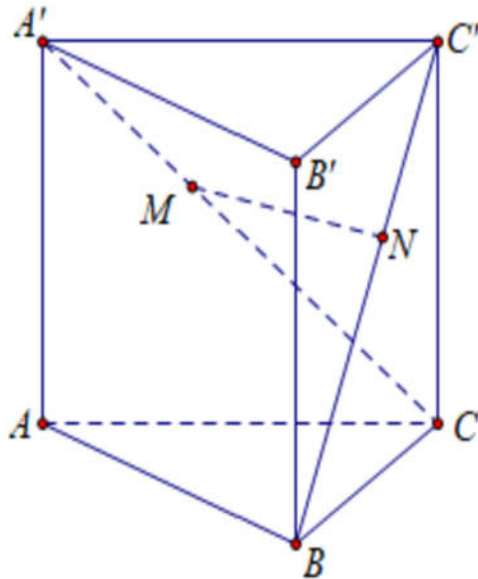
Câu 51. Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho các lực căng $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ lần lượt trên mỗi dây OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $|\overrightarrow{F_1}| = |\overrightarrow{F_2}| = |\overrightarrow{F_3}| = 20$ (N) (như hình vẽ). Trọng lượng của chiếc đèn tròn đó là bao nhiêu



Newton (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?

Câu 52. Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho ba điểm $A(1;2;-1), B(2;-1;3), C(-2;3;3)$. Điểm $M(a;b;c)$ là đỉnh thứ tư của hình bình hành ABCM. Giá trị của biểu thức $P = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$ bằng bao nhiêu?

Câu 53. Một kiến trúc sư muốn xây dựng 1 tòa nhà biểu tượng độc lạ cho thành phố. Trên bản thiết kế tòa nhà có hình dạng là một khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$, có cạnh bên bằng cạnh đáy và dài 300 mét. Kiến trúc sư muốn xây dựng một cây cầu MN bắc xuyên tòa nhà (điểm đầu thuộc cạnh $A'C'$, điểm cuối thuộc cạnh BC') và cây cầu này sẽ được dát vàng với đơn giá 5 tỷ đồng trên 1 mét dài. Vì vậy để đáp ứng bài toán kinh tế, kiến trúc sư phải chọn vị trí cây cầu sao cho MN ngắn nhất. Khi đó giá xây cây cầu này hết bao nhiêu tỷ đồng?

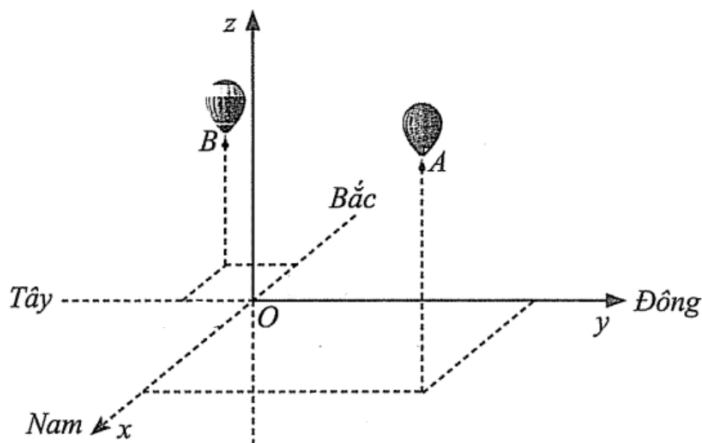


- Câu 54.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là 1 m), một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp thẳng đến vị trí D cách điểm A một khoảng 3780 m. Biết đường đi của cabin cùng phương với vector $\vec{u}(2;-2;1)$ và sau 3 phút kể từ khi xuất phát thì cabin đi đến vị trí B có hoành độ $x_B = 550$. Hỏi thời gian di chuyển của cabin trên quãng đường AD là bao nhiêu giây?
- Câu 55.** Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AB = AC = a$, $\widehat{SBA} = \widehat{SCA} = 90^\circ$ và khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) bằng $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính $\cos[A, SB, C]$ làm tròn đến hàng phần trăm.
- Câu 56.** Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm vị trí của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bốn vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm $A(2;4;0), B(0;4;6), C(2;0;6), D(-2;-4;-6)$ và vị trí điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $MA + MB + MC + MD$ nhỏ nhất. Tính $a^2 - b^2 + c^2$ (làm tròn đến hàng đơn vị).
- Câu 57.** Một chiếc đèn trang trí (gồm các bóng đèn gắn vào một giá hình tròn) như hình bên dưới. Đèn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà và lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên giá sao cho tam giác ABC đều. Độ dài của ba đoạn dây OA, OB, OC đều bằng L , trọng lượng của chiếc đèn là $27N$, bán kính của giá hình tròn là $0,5m$.

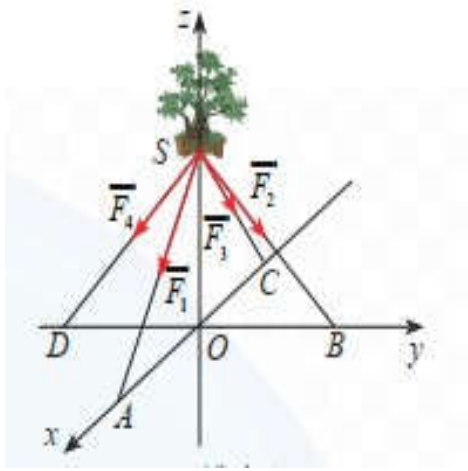


- Biết rằng mỗi sợi dây đó được thiết kế để chịu được lực căng tối đa là $12N$. Hỏi chiều dài tối thiểu của mỗi sợi dây là bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 58.** Hai chiếc kính khí cầu **A** và **B** bay lên từ cùng một vị trí **O** trên mặt đất. Sau một khoảng thời gian, kính khí cầu **A** nằm cách điểm xuất phát $4km$ về phía Đông và $3km$ về phía Nam, đồng

thời cách mặt đất 1 km ; kinh khí cầu **B** nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía Bắc và $1,5\text{ km}$ về phía Tây, đồng thời cách mặt đất $0,8\text{ km}$ (hình minh họa bên dưới). Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất và nhìn thấy hai kinh khí cầu nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát khác trên mặt đất, vị trí người đó đứng có tổng khoảng cách đến hai kinh khí cầu là nhỏ nhất. Hỏi tổng khoảng cách nhỏ nhất ấy bằng bao nhiêu kilômét? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



- Câu 59.** Trên màn hình ra đa của đài kiểm soát (được coi như mặt phẳng tọa độ Oxy với đơn vị trên các trục tính theo ki-lô-mét), một xe thiết giáp chuyển động thẳng đều từ mục tiêu A có tọa độ $(60;20)$ đến mục tiêu B có tọa độ $(20;50)$ và thời gian đi quãng đường AB là 3 giờ. Gọi $M(x_M; y_M)$ là tọa độ của xe thiết giáp tại thời điểm sau khi xuất phát 1 giờ. Hỏi y_M bằng bao nhiêu?
- Câu 60.** Có hai trạm thu phát sóng tín hiệu mặt đất đặt ở hai điểm O, A và vệ tinh thu phát tín hiệu tại vị trí M , biết vệ tinh di chuyển luôn cách mặt đất 35000 km . Tín hiệu tại O phát lên vệ tinh M rồi truyền đến trạm thu tại A . Xét hệ trục $Oxyz$ được chọn thỏa $O(0;0;0)$, $A(30;40;0)$ $M(x;y;35)$ (đơn vị tọa độ là ngàn km). Biết vận tốc trung bình truyền tín hiệu giữa vệ tinh với trạm thu phát khoảng 270000 km/s . Một tín hiệu phát từ O đến M , rồi truyền về A mất ít nhất bao nhiêu giây (làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 61.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;2;1), B(2;-1;3), C(3;5;-1)$. Điểm $M(a;b;c)$ trên mặt phẳng (Oyz) sao cho $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{CM}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó ta có $2b+c$ bằng bao nhiêu?
- Câu 62.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1;2;1), B(2;-1;3), C(3;5;-1)$. Điểm $M(a;b;c)$ trên mặt phẳng (Oyz) sao cho $|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{CM}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó ta có $4b+2c$ bằng bao nhiêu?
- Câu 63.** Cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD' và $C'D'$. Tích vô hướng $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{CB} = na^2$ (n là số thập phân). Giá trị của n bằng bao nhiêu?
- Câu 64.** Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt $S(0;0;30)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(30;0;0), B(0;30;0), C(-30;0;0), D(0;-30;0)$ (đơn vị cm). Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn 60 N và được phân bố thành bốn lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{F_4}$ có độ lớn bằng nhau như hình vẽ. Tính $|\overrightarrow{F_1} + 2\overrightarrow{F_2} + 3\overrightarrow{F_3} + 4\overrightarrow{F_4}|$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



- Câu 65.** Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng 1, các góc $\widehat{BAD} = \widehat{A'AB} = \widehat{A'AD} = 60^\circ$. Gọi P và Q là các điểm xác định bởi $\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{D'A}$, $\overrightarrow{C'Q} = \overrightarrow{DC'}$. Tính độ dài đoạn thẳng PQ (làm tròn đến một chữ số thập phân).
- Câu 66.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(4; 6; -5)$, $B(5; 7; -4)$, $C(5; 6; -4)$ và $D'(2; 0; 2)$. Biết điểm $B'(a; b; c)$, tính $3a - b + c$?
- Câu 67.** Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(1; 1; 1)$, $N(2; 3; 4)$, $P(7; 7; 5)$. Điểm $Q(a; b; c)$ thỏa mãn tứ giác $MNPQ$ là hình bình hành. Tính tổng $a + b + c$.
- Câu 68.** Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O , cạnh 1cm . Cạnh bên SA vuông góc với đáy, góc $\widehat{SBD} = 60^\circ$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng bao nhiêu cm ? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).
- Câu 69.** Khi gán hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét) vào một sân bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sân bay. Một máy bay bay theo đường thẳng từ vị trí $A(5; 0; 5)$ đến vị trí $B(10; 10; 3)$ và hạ cánh tại vị trí $M(a; b; 0)$. Giá trị của $a + b$ bằng bao nhiêu (viết kết quả dưới dạng số thập phân)?
- Câu 70.** Có ba lực cùng tác động vào một vật. Hai trong ba lực này hợp với nhau một góc 100° và có độ lớn lần lượt là 25 N và 12 N . Lực thứ ba vuông góc với mặt phẳng tạo bởi hai lực đã cho và có độ lớn 4 N . Tính độ lớn của hợp lực của ba lực trên (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).
- Câu 71.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 3; -1)$, $B(-8; 7; -3)$ và điểm $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) . Biết rằng A, B, M thẳng hàng, hãy tính $2a - b + 3c$.
- Câu 72.** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(5; 0; 0)$, $B(3; 4; 0)$ và điểm C nằm trên trục Oz . Gọi H là trực tâm tam giác ABC . Khi C di chuyển trên trục Oz thì H luôn thuộc một đường tròn cố định. Tính bán kính của đường tròn đó, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.
- Câu 73.** Một chiếc máy bay không người lái bay lên tại một điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay cách điểm xuất phát về phía Bắc $50(\text{km})$ và về phía Tây $20(\text{km})$, đồng thời cách mặt đất $1(\text{km})$. Xác định khoảng cách của chiếc máy bay với vị trí tại điểm xuất phát của nó.